



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS**  
**DEPARTAMENTO DE COMPUTAÇÃO**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO**

**ÍCARO MANFRINI RODRIGUES SOUSA**

**GERAÇÃO AUTOMÁTICA DE MODELOS GEOMÉTRICOS DE PONTES E**  
**VIADUTOS**

**FORTALEZA**

**2021**

ÍCARO MANFRINNI RODRIGUES SOUSA

GERAÇÃO AUTOMÁTICA DE MODELOS GEOMÉTRICOS DE PONTES E VIADUTOS

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Acadêmico em Ciência da Computação do Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação do Centro de Ciências da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ciência da Computação. Área de concentração: Computação Gráfica.

Orientador: Prof. Dr. Creto Augusto Vidal.

Coorientador: Prof. Dr. Joaquim Bento Cavalcante Neto.

FORTALEZA

2021

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Biblioteca Universitária  
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

S698g Sousa, Ícaro Manfrinni Rodrigues.

Geração automática de modelos geométricos de pontes e viadutos / Ícaro Manfrinni Rodrigues Sousa. – 2021.

86 f. : il. color.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação, Fortaleza, 2021.

Orientação: Prof. Dr. Creto Augusto Vidal.

Coorientação: Prof. Dr. Joaquim Bento Cavalcante Neto.

1. Pontes. 2. Viadutos. 3. Modelagem geométrica. 4. Parametrização. 5. Automação. I. Título.

CDD 005

---

ÍCARO MANFRINNI RODRIGUES SOUSA

GERAÇÃO AUTOMÁTICA DE MODELOS GEOMÉTRICOS DE PONTES E VIADUTOS

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Acadêmico em Ciência da Computação do Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação do Centro de Ciências da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ciência da Computação. Área de concentração: Computação Gráfica.

Aprovada em: 30/07/2021.

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dr. Creto Augusto Vidal (Orientador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Joaquim Bento Cavalcante Neto (Coorientador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Joaquim Eduardo Mota  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Valério da Silva Almeida  
Universidade de São Paulo (USP)

Dedico este trabalho a minha família, principalmente a minha esposa, Suiane Pessoa Costa, pelo apoio e incentivo, com muito carinho.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a minha esposa, Suiane Pessoa Costa, pelo apoio, amor, paciência e carinho durante as poucas horas livres. Aos meus pais, Maria Iragene Rodrigues Sousa e Rochael Almeida Sousa, que, com muita dedicação, me deram a educação e o preparo para superar os obstáculos com humildade. A minha amiga de anos, Dalva Benício de Moraes, que, mesmo sem saber, estava sempre me ajudando.

Aos meus professores orientadores, Creto Augusto Vidal e Joaquim Bento Cavalcante Neto, pelos ensinamentos durante minha trajetória acadêmica, pelas orientações durante a realização deste trabalho, e por terem acreditado no meu potencial. Aos professores Joaquim Eduardo Mota e Valério da Silva Almeida, por terem aceitado participar da minha banca examinadora e pelas contribuições que engrandeceram esta pesquisa.

Aos colegas de laboratório Erison Miller, Ícaro Barbosa, Anderson Oliveira, Tiago Sombra, Elias Barroso, Alexandre Ramos, Daniel Teixeira, Douglas, e aos demais membros do grupo de Pesquisa em Computação Gráfica, Realidade Virtual e Animação (CRAb) que não foram mencionados, por terem me acolhido com muito carinho, pelo conhecimento compartilhado, pelos momentos de descontração e ajuda durante esta jornada. Ao Departamento de Computação e ao programa de Mestrado e Doutorado em Ciência da Computação (MDCC) da Universidade Federal do Ceará (UFC), pela oportunidade concedida.

Um agradecimento especial à HUGO A MOTA CONSULTORIA E ENGENHARIA DE PROJETOS S/S, empresa na qual faço parte com muito orgulho, pelo apoio concedido e pela colaboração e disposição no processo de obtenção de dados para realização dos estudos de caso.

“Tudo o que temos de decidir é o que fazer com o tempo que nos é dado.”

(J. R. R. Tolkien)

## RESUMO

A etapa de elaboração do projeto estrutural é de suma importância na construção civil. Nesta fase, a utilização de modelos espaciais facilitam a verificação da geometria que está sendo projetada, como nas Obras de Arte Especiais (OAE), onde a complexidade da forma exige maior atenção. Esse tipo de modelo, integrado com uma representação tridimensional (3D) do local da construção, permite ao profissional de engenharia verificar conflitos com outros modelos, além de analisar as qualidades estéticas da estrutura. Neste sentido, a modelagem paramétrica permite a geração de modelos mais dinâmicos e flexíveis para alterações futuras, sendo bastante atraente na área de infraestrutura por apresentar padronizações na geometria, especialmente em obras rodoviárias como pontes, viadutos e túneis. Neste trabalho, é apresentada a modelagem geométrica automatizada de pontes e viadutos com seção transversal celular e sua visualização. Esse tipo de seção transversal é bastante utilizada por apresentar grande rigidez com pouco consumo de material. Os parâmetros geométricos são definidos a partir da combinação entre as recomendações de projeto estabelecidas pelas normas e manuais de projeto vigentes, e os critérios de dimensionamento adotados por projetistas. Dois estudos de casos foram escolhidos para maior detalhamento da técnica apresentada: um viaduto existente localizado em um centro urbano e uma ponte fictícia ligando duas cidades litorâneas. O principal objetivo é auxiliar o projetista de pontes na fase de concepção do projeto, permitindo rápida visualização 3D da estrutura idealizada, agilizando a tomada de decisão sobre a solução adotada pelo projetista.

**Palavras-chave:** pontes; viadutos; modelagem geométrica; parametrização; automação.

## ABSTRACT

Structural design is a very important phase of building engineering structures. In this phase, 3D geometric models facilitate the verification of the geometric requirements of the structure being designed, such as bridges, where the complexity of the shape requires greater attention. This type of model, integrated with a 3D representation of the construction environment, allows the professionals to check conflicts with other models, and to analyze the aesthetic qualities of the bridge. In this sense, parametric modeling allows the construction of more dynamic and flexible models for possible future changes, being very attractive to the infrastructure area for presenting standardization in geometry, especially in roadways, bridges and tunnels. In this work, automated generation of box girder bridge models and visualization is presented. This type of cross-section is widely used because it provides high rigidity with little material consumption. Geometric parameters are defined from the combination of recommendations of current standards and design criteria adopted by designers. Two case studies were chosen for more details about the technique: an existing viaduct located in the downtown area of a city in Rio Grande do Norte (Brazil) and a fictitious bridge connecting two coastal cities. The main objective of this work is to assist the bridge designer, in the design phase of the project, allowing quick 3D visualization of the designed structure, speeding up decision making about the adopted structural solution for the bridge construction.

**Keywords:** bridge; geometric modeling; parametrization; automation.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Exemplos de aplicações de modelos 3D . . . . .	19
Figura 2 – Visão geral da técnica proposta . . . . .	21
Figura 3 – Parâmetros da seção tipo celular . . . . .	23
Figura 4 – Modelo 3D da ponte inserido em ambiente virtual . . . . .	24
Figura 5 – Traçado 3D formado pela combinação dos traçados 2D horizontal e vertical . . . . .	25
Figura 6 – Modelo geométrico 3D da ponte estaiada . . . . .	26
Figura 7 – Ponte curva com altura variável e altura constante . . . . .	27
Figura 8 – Exemplo de parametrização da seção transversal . . . . .	28
Figura 9 – Modelo da ponte no Siemens NX . . . . .	28
Figura 10 – Fluxograma geral da técnica . . . . .	31
Figura 11 – Definição do perfil longitudinal de acordo com o gabarito exigido . . . . .	32
Figura 12 – Seção transversal celular parametrizada . . . . .	33
Figura 13 – Tabuleiro celular com altura variável . . . . .	34
Figura 14 – Corte longitudinal de ponte com indicação do posicionamento dos pilares ao longo do alinhamento horizontal . . . . .	35
Figura 15 – Esquema genérico da variação parabólica da altura do tabuleiro . . . . .	36
Figura 16 – Parâmetros geométricos da curva horizontal . . . . .	37
Figura 17 – Segmentos de reta e arco circular . . . . .	38
Figura 18 – Curva NURBS 2D gerada a partir do alinhamento horizontal da rodovia . . . . .	38
Figura 19 – Tipos de curvas verticais . . . . .	40
Figura 20 – Configuração dos pontos notáveis para definição da curva vertical convexa de acordo com os gabaritos exigidos (passo inicial da construção do perfil vertical da ponte) . . . . .	41
Figura 21 – Representação gráfica da interseção de duas retas tangentes e seus vetores associados. A linha tracejada representa a tangente do perfil da ponte. Uma vez que $\mathbf{r}$ e $\mathbf{g}$ não são paralelos, o ponto de interseção pertence à tangente corrente da rodovia somente quando $0 \leq \xi \leq 1$ . . . . .	44
Figura 22 – Curva vertical côncava para permitir a transição suave entre o perfil da ponte e o perfil da rodovia . . . . .	46

Figura 23 – Perfil de um alinhamento típico de ponte gerado a partir da superfície da rodovia durante o processo de construção do alinhamento vertical mostrando o perfil do terreno existente . . . . .	47
Figura 24 – Alinhamento 3D gerado pela combinação dos alinhamentos horizontal e vertical	49
Figura 25 – Face inicial construída utilizando os operadores de Euler . . . . .	51
Figura 26 – Curva paramétrica de referência com uma sequência de pontos que correspondem a valores de comprimento de arco igualmente espaçados . . . . .	52
Figura 27 – Representação aramada do tabuleiro da ponte . . . . .	52
Figura 28 – Principais etapas do cálculo das coordenadas dos vértices da seção transversal para cada passo do processo de varredura ao longo do eixo de referência . .	53
Figura 29 – Rotação da seção transversal em função da superelevação . . . . .	54
Figura 30 – Vetores de base local e sinal do ângulo de rotação para cada posição da seção transversal ao longo da curva paramétrica de referência no processo de varredura. A rotação em torno do vetor <i>Tangent</i> pode ser no sentido horário ou anti-horário, dependendo da direção do vetor <i>Right</i> em relação ao vetor <i>Normal</i> . . . . .	55
Figura 31 – Parâmetros dos veículo de projeto para o cálculo da superlargura . . . . .	56
Figura 32 – Alargamento simétrico da seção transversal do tabuleiro . . . . .	56
Figura 33 – Parmâmetros geométricos do pilar . . . . .	57
Figura 34 – Viaduto do Baldo . . . . .	59
Figura 35 – Vista superior do local de implantação da obra com a representação gráfica do projeto geométrico da rodovia . . . . .	59
Figura 36 – Corte longitudinal do tabuleiro da ponte, mostrando as variações de altura da seção transversal ao longo do vão principal . . . . .	60
Figura 37 – Seção transversal projetada no meio do vão (esquerdo) e sobre os pilares (direito) . . . . .	61
Figura 38 – Curva paramétrica horizontal gerada com base no projeto geométrico da rodovia	62
Figura 39 – Perfil longitudinal do Estudo de Caso 1 gerado automaticamente, indicando os pontos de definição das curvas verticais . . . . .	63
Figura 40 – Superelevação ao longo do alinhamento . . . . .	65
Figura 41 – Superlargura ao longo do alinhamento . . . . .	66
Figura 42 – Visualização da versão preliminar do modelo 3D gerado automaticamente .	66

Figura 43 – Comparação entre viaduto real (à esquerda) e modelo 3D (à direita) . . . . .	68
Figura 44 – Vista superior do local de implantação . . . . .	69
Figura 45 – Planta do projeto geométrico da rodovia . . . . .	69
Figura 46 – Perfil de elevação do terreno ao longo do traçado projetado da rodovia para este Estudo de Caso . . . . .	70
Figura 47 – Representação 3D aproximada do terreno com o plano de corte longitudinal da rodovia para obtenção do perfil de elevação . . . . .	70
Figura 48 – Corte longitudinal representativo da ponte com indicação dos vãos e definição das posições dos apoios ao longo do alinhamento horizontal . . . . .	72
Figura 49 – Seção transversal da ponte projetada no meio do vão (esquerdo) e sobre os pilares (direito) . . . . .	72
Figura 50 – Curva paramétrica horizontal gerada com base no projeto geométrico da rodovia	73
Figura 51 – Perfil longitudinal do Estudo de Caso 2 gerado automaticamente, indicando os pontos de definição das curvas verticais . . . . .	74
Figura 52 – Superelevação ao longo do alinhamento . . . . .	75
Figura 53 – Superlargura ao longo do alinhamento . . . . .	76
Figura 54 – Visualização da versão preliminar do modelo 3D gerado automaticamente .	77
Figura 55 – Vista superior do local de implantação após a construção da ponte . . . . .	77
Figura 56 – Perspectivas da estrutura da ponte integrada ao modelo 3D do terreno . . . . .	78
Figura 57 – Representação esquemática da <i>half-edge</i> . . . . .	84
Figura 58 – Construção da face inicial . . . . .	87

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Relações de esbeltez para seção tipo celular . . . . .	34
Tabela 2 – Comprimentos de arco da curva paramétrica . . . . .	48
Tabela 3 – Dimensões do veículo de projeto WB-19 . . . . .	60
Tabela 4 – Diferença relativa das dimensões da seção transversal entre o modelo gerado e o projeto real . . . . .	61
Tabela 5 – Coordenadas dos pontos de controle da curvatura horizontal . . . . .	63
Tabela 6 – Coordenadas dos pontos notáveis do alinhamento vertical . . . . .	64
Tabela 7 – Coordenadas dos pontos de controle da curvatura horizontal . . . . .	73
Tabela 8 – Coordenadas dos pontos notáveis do alinhamento vertical . . . . .	74

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

2D	bidimensional
3D	tridimensional
AASHTO	<i>American Association of State Highway and Transportation Officials</i>
API	<i>Application Programming Interface</i>
B-Rep	<i>Boundary Representation</i>
BIM	<i>Building Information Modeling</i>
CAD	<i>Computer Aided Design</i>
HMD	<i>Head-Mounted Display</i>
IFC	<i>Industry Foundation Classes</i>
IFC-Bridge	<i>Industry Foundation Classes for Bridges</i>
NURBS	<i>Non-uniform Rational B-Spline</i>
OAE	Obras de Arte Especiais
PC	Ponto de Curvatura
PCV	Ponto de Curvatura Vertical
PI	Ponto de Interseção das Tangentes
PIV	Ponto de Interseção das Tangentes da Curva Vertical
PT	Ponto de Tangência
PTV	Ponto de Tangência Vertical
RV	Realidade Virtual

## LISTA DE SÍMBOLOS

$a$	Taxa de desaceleração
$A$	Diferença algébrica entre as inclinações das tangentes
$b$	Largura da inferior da seção celular
$b_c$	Largura da mísula
$B$	Largura da rodovia
$c_{hor}$	Gabarito horizontal
$c_{vert}$	Gabarito vertical
$C$	Folga lateral entre a borda do veículo de projeto e a borda da faixa
$D$	<i>Span vector</i>
$e$	Superelevação
$e_{max}$	Superelevação máxima
$f$	Fator de atrito lateral entre o pneu e a superfície da pista
$f_{max}$	Fator de atrito lateral máximo
$F_A$	Acréscimo de largura do veículo
$g_1$	Inclinação da rampa de entrada da curva vertical
$g_2$	Inclinação da rampa de saída da curva vertical
$g_3$	Inclinação do segmento reto entre os pontos PCV e PTV
$h$	Espessura da laje
$h_1$	Largura do pilar no sentido transversal ao eixo da ponte
$h_2$	Largura do pilar no sentido longitudinal ao eixo da ponte
$h_3$	Altura do pilar
$h_c$	Altura da mísula
$H$	Altura total da seção transversal
$i_w$	Inclinação vertical da viga ou nervura
$K$	Grau da curva NURBS
$L$	Comprimento do vão principal
$L_A$	Distância da frente do veículo até o eixo frontal
$L_b$	Comprimento da laje em balanço
$L_c$	Comprimento da curva vertical convexa

$\bar{L}_i$	Distância entre eixos do veículo de projeto
$L_s$	Comprimento da curva vertical côncava
$N$	Número de faixas da rodovia
$P$	Vetor de pontos de controle da curva NURBS
$R$	Raio de curvatura
$R_{min}$	Raio mínimo de curvatura
$s$	Distância percorrida ao longo do alinhamento horizontal
$s_c$	Distância horizontal do ponto de cruzamento
$S$	Distância de visibilidade do motorista
$t$	Parâmetro da curva NURBS
$t_w$	Largura da viga ou nervura
$u$	Largura do veículo de projeto medido de fora a fora dos pneus
$U$	Vetor de nós da curva NURBS
$U_c$	Largura do veículo de projeto na curva
$V$	Velocidade de projeto
$w$	Superlargura
$w_i$	Peso associado ao ponto médio do segmento de arco circular
$W$	Vetor de pesos da curva NURBS
$z$	Cota de elevação
$z_{cs}$	Cota de elevação da rodovia no ponto de cruzamento
$z_w$	Cota máxima de cheia
$\alpha$	Ângulo de rotação transversal

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>18</b>
<b>1.1</b>	<b>Motivação</b>	<b>18</b>
<b>1.2</b>	<b>Objetivos e contribuições</b>	<b>20</b>
<b>1.3</b>	<b>Organização do trabalho</b>	<b>22</b>
<b>2</b>	<b>TRABALHOS RELACIONADOS</b>	<b>23</b>
<b>2.1</b>	<b>Introdução</b>	<b>23</b>
<b>2.2</b>	<b>Modelagem geométrica de pontes</b>	<b>23</b>
<b>2.3</b>	<b>Descrição paramétrica da superestrutura</b>	<b>26</b>
<b>2.4</b>	<b>Considerações finais</b>	<b>29</b>
<b>3</b>	<b>TÉCNICA PROPOSTA</b>	<b>30</b>
<b>3.1</b>	<b>Características da rodovia</b>	<b>30</b>
<b>3.2</b>	<b>Aspectos relacionados ao local de implantação</b>	<b>31</b>
<b>3.3</b>	<b>Dimensionamento paramétrico da seção transversal</b>	<b>32</b>
<b>3.4</b>	<b>Eixo longitudinal da superestrutura</b>	<b>36</b>
<b>3.4.1</b>	<i>Alinhamento horizontal</i>	<b>36</b>
<b>3.4.2</b>	<i>Alinhamento vertical</i>	<b>40</b>
<b>3.4.3</b>	<i>Curva final do alinhamento 3D</i>	<b>47</b>
<b>3.5</b>	<b>Modelagem geométrica 3D</b>	<b>49</b>
<b>3.5.1</b>	<i>Construção da face inicial</i>	<b>50</b>
<b>3.5.2</b>	<i>Modelagem volumétrica da superestrutura</i>	<b>51</b>
<b>3.5.3</b>	<i>Superelevação</i>	<b>53</b>
<b>3.5.4</b>	<i>Superlargura</i>	<b>55</b>
<b>3.5.5</b>	<i>Modelagem dos pilares</i>	<b>57</b>
<b>4</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>58</b>
<b>4.1</b>	<b>Estudo de caso 1: viaduto existente</b>	<b>58</b>
<b>4.1.1</b>	<i>Descrição geral</i>	<b>58</b>
<b>4.1.2</b>	<i>Modelagem</i>	<b>60</b>
<b>4.1.3</b>	<i>Integração do modelo 3D com o ambiente de implantação da obra</i>	<b>67</b>
<b>4.2</b>	<b>Estudo de caso 2: ponte nova</b>	<b>68</b>
<b>4.2.1</b>	<i>Descrição geral</i>	<b>68</b>

4.2.2	<i>Modelagem</i> . . . . .	71
4.2.3	<i>Integração do modelo 3D com o ambiente de implantação da obra</i> . . . . .	76
4.3	<i>Considerações finais</i> . . . . .	77
5	<b>CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS</b> . . . . .	79
	<b>REFERÊNCIAS</b> . . . . .	81
	<b>APÊNDICE A–ESTRUTURA DE DADOS</b> . . . . .	84
	<b>APÊNDICE B–OPERADORES DE EULER</b> . . . . .	86

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Motivação

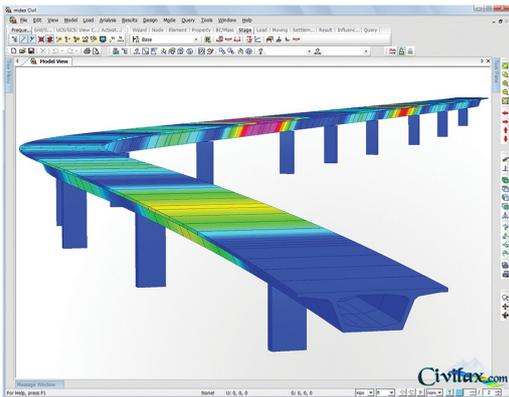
O processo de elaboração de projetos estruturais pode se tornar cada vez mais demorado conforme aumenta a complexidade da estrutura idealizada, principalmente em se tratando de pontes e viadutos, onde a riqueza de detalhes exige uma maior atenção e clareza na representação (LIU *et al.*, 2014). Tang (2017) divide o processo de elaboração de projetos de pontes em quatro fases: concepção estrutural, projeto preliminar, análise e dimensionamento, e projeto executivo. O principal objetivo da fase de concepção estrutural é escolher a solução mais atrativa economicamente dentre todas as soluções tecnicamente possíveis, sendo assim, uma fase extremamente importante (CALGARO, 2000).

De modo geral, as representações geométricas que definem a forma dos elementos estruturais desenvolvidos na fase preliminar de projeto são elaborados no espaço bidimensional (2D), gerando retrabalho na fase de análise e dimensionamento para construção do modelo numérico devido à necessidade de entrar com os dados geométricos já definidos anteriormente (LIU *et al.*, 2014). Apesar do avanço nos métodos de modelagem e das ferramentas computacionais desenvolvidas para auxiliar na elaboração de desenhos de engenharia, na maioria dos casos, a modelagem continua sendo um processo não automatizado. A fim de acelerar o processo de definição da geometria de pontes e viadutos durante a fase de concepção estrutural, Shim *et al.* (2019) argumentam que as técnicas de modelagem paramétrica podem desempenhar um papel importante na construção mais rápida de modelos geométricos, facilitando a realização de alterações, quando necessário, devido à redução significativa da complexidade do processo de modelagem, e auxiliando na economia de tempo do engenheiro projetista e dos recursos envolvidos. Tais técnicas são bastante atraentes na área de infraestrutura, principalmente em obras rodoviárias como pontes, viadutos e túneis, onde padronizações podem ser aplicáveis (JI *et al.*, 2013).

A utilização de modelos geométricos no espaço 3D permite ao engenheiro visualizar rapidamente o modelo concebido e eliminar erros durante a fase de concepção estrutural (identificando possíveis interferências durante o processo construtivo). Além disso, a visualização prévia da estrutura a ser construída auxilia na obtenção de estimativas de custo mais detalhadas (MARZOUK; HISHAM, 2012). Shim *et al.* (2011) demonstram como os modelos 3D gerados através de técnicas de modelagem paramétrica durante a fase de projeto podem auxiliar no

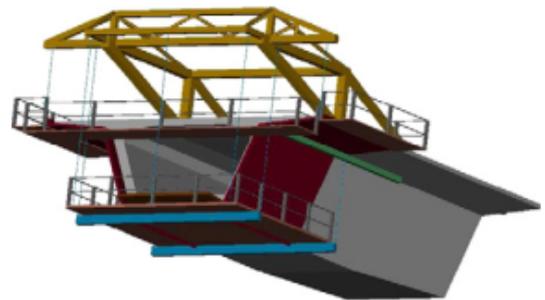
processo de construção da ponte quando associados às fases de planejamento da construção. Dentre as muitas aplicações, os modelos 3D são utilizados: na fase de análise estrutural (Figura 1a), no planejamento de execução (Figura 1b), em maquetes eletrônicas de arquitetura para composição de ambientes urbanos (Figura 1c) e em jogos de simulação (Figura 1d).

Figura 1 – Exemplos de aplicações de modelos 3D



(a) Modelo utilizado na fase de análise

Fonte: [www.civilax.com](http://www.civilax.com).



(b) Modelo utilizado na fase de planejamento

Fonte: Sampaio e Martins (2014).



(c) Maquete eletrônica de arquitetura

Fonte: Secretaria de Infraestrutura de Fortaleza.



(d) Modelo utilizado em jogos de simulação

Fonte: <http://www.citiesmods.com>.

A estimativa de custos realizada após a fase de projeto preliminar está diretamente relacionada à fase de concepção estrutural, pois depende da experiência prévia do engenheiro projetista em conhecer os custos da metodologia que está sendo adotada (MARKIZ; JRADE, 2019). Na realidade, tal experiência vai além da estimativa de custos. Segundo Tang (2017), a fase de concepção estrutural deve ser conduzida por um engenheiro especialista, pois somente este profissional seria capaz de escolher a solução que satisfaz, de maneira equivalente, os demais requisitos para o projeto de pontes, tais como segurança e funcionalidade.

Em cenários urbanos, os aspectos estéticos devem ser acrescentados à lista de requisitos que um engenheiro deve prestar atenção ao projetar pontes e viadutos (SAMPAIO, 2016). Além de ser capaz de transmitir a sensação de segurança e estabilidade aos usuários, a

nova estrutura pode agregar valor ao entorno da sua região de implantação por ser uma estrutura de relevância significativa para a infraestrutura de uma cidade. De acordo com MNDOT (1995), os principais aspectos que definem a percepção visual e a qualidade estética são: forma, cor, proporção, harmonia e textura. Neste sentido, a geração de modelos 3D de pontes e viadutos pode desempenhar um papel importante no desenvolvimento do projeto que está sendo proposto (SAMPAIO, 2016).

O processo de elaboração de projetos envolve inúmeros profissionais de diferentes setores e a utilização de diferentes programas para desenvolvimento dos desenhos é comum (JI *et al.*, 2013). Isso dificulta a troca de informações devido à incompatibilidade para suportar diferentes formatos de arquivo, sendo necessário a utilização de um formato padrão (BORRMANN *et al.*, 2018). Neste contexto, a implantação do *Building Information Modeling* (BIM) na indústria da construção civil tem utilizado a modelagem paramétrica amplamente (SHIM *et al.*, 2019). O uso do BIM permite que projetos de diferentes especialidades, associados ao mesmo empreendimento, possam interagir entre si, tendo a descrição geométrica 3D do modelo como foco principal (BORRMANN; BERKHAHN, 2018).

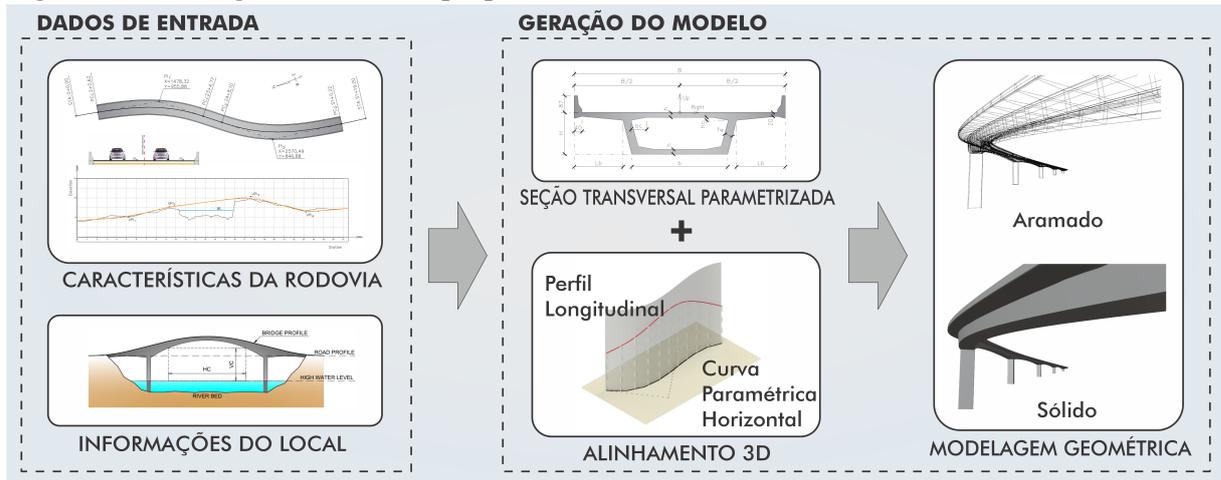
A integração com a representação 3D do local de construção pode aumentar os benefícios da utilização de modelos 3D (COSTIN *et al.*, 2018), especialmente tratando-se de obras de infraestrutura, por permitir ao engenheiro visualizar a obra a ser construída ainda durante a fase de concepção estrutural. Com essa integração de modelos, é possível comparar diferentes situações de implantação; e permite também a organização do canteiro de obras e o planejamento das operações construtivas (SAMPAIO, 2016).

## 1.2 Objetivos e contribuições

O objetivo principal deste trabalho é propor uma metodologia para geração automática ou semiautomática de modelos geométricos de pontes e viadutos, possibilitando a visualização espacial da estrutura idealizada de maneira rápida e eficiente. A geração é dita semiautomática quando o modelo for gerado a partir de parâmetros definidos previamente com o mínimo de intervenção do projetista. Na técnica proposta, tais intervenções ocorrem apenas nas etapas de definição e modificação de parâmetros, após as quais o modelo geométrico da superestrutura da ponte é gerado automaticamente através do pré-dimensionamento da seção transversal e seguido de sua varredura ao longo do alinhamento longitudinal definido pela combinação das curvaturas horizontal e vertical. Para validação da técnica proposta, dois estudos de caso foram

escolhidos, sem relação específica entre si: um viaduto existente inserido em um cenário urbano e uma ponte fictícia ligando duas cidades litorâneas. Além disso, é apresentada a integração do Modelo 3D com a representação 3D do local de implantação da obra, permitindo uma melhor interpretação através da imersão total ou parcial do projetista. A Figura 2 apresenta uma visão geral da técnica proposta, ilustrando as principais etapas do processo e seu resultado esperado.

Figura 2 – Visão geral da técnica proposta



Fonte: elaborado pelo autor.

Para alcançar o objetivo proposto, os seguintes requisitos devem ser observados:

- Atender às recomendações das normas vigentes para o pré-dimensionamento dos elementos estruturais, visando obter proporções harmoniosas e relações de esbeltez adequadas;
- Realizar o cálculo automático do alinhamento vertical respeitando os espaços livres, horizontal e vertical, para a passagem inferior (rodovia, hidrovía, etc);
- Respeitar o traçado horizontal definido previamente no projeto geométrico da rodovia;
- Adotar medidas que visam melhorar as condições de segurança do condutor em trechos com curvatura horizontal; e
- Apresentar uma estrutura que transmita segurança e estabilidade.

### 1.3 Organização do trabalho

O restante deste trabalho está organizado nos seguintes capítulos:

- **Capítulo 2 - Trabalhos Relacionados.** Neste capítulo, é apresentada uma visão geral do tema através dos trabalhos sobre modelagem geométrica e descrição paramétrica de pontes.
- **Capítulo 3 - Técnica Proposta.** Neste capítulo é apresentada a metodologia adotada neste trabalho e a técnica desenvolvida para geração dos modelos.
- **Capítulo 4 - Resultados.** Neste capítulo são apresentados dois estudos de casos (um viaduto e uma ponte) que demonstram a importância da técnica proposta.
- **Capítulo 5 - Conclusões e Trabalhos Futuros.** Neste capítulo são apresentadas as considerações finais sobre a metodologia proposta e algumas sugestões para trabalhos futuros.

## 2 TRABALHOS RELACIONADOS

### 2.1 Introdução

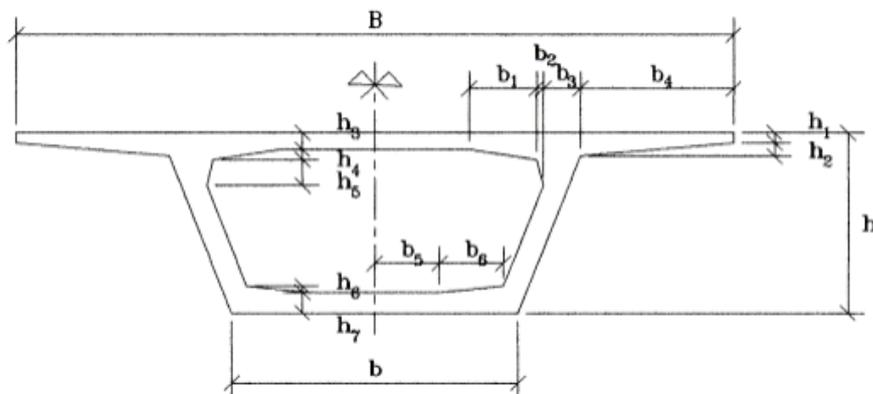
No desenvolvimento de projetos geométricos de pontes e grandes estruturas, definir a geometria e as dimensões dos elementos estruturais, assim como sua representação gráfica, é uma tarefa bastante exaustiva para estruturas complexas. A não utilização de um sistema automatizado para geração dos modelos 2D e 3D dá margem a erros de compatibilidade e compreensão da estrutura que está sendo projetada, principalmente no caso de pontes e viadutos onde a riqueza de detalhes é maior, podendo gerar prejuízo financeiro devido às alterações de revisão.

Neste capítulo, é apresentado o que se tem feito nos últimos anos na área de modelagem tridimensional de pontes, ainda na fase de concepção do projeto estrutural, mostrando os avanços e as deficiências de cada trabalho.

### 2.2 Modelagem geométrica de pontes

O trabalho de Sampaio (2003) apresenta a modelagem geométrica da superestrutura de uma ponte com seção transversal celular a partir de dados utilizados na fase de concepção do projeto de formas. A seção transversal celular é definida através dos parâmetros mostrados na Figura 3.

Figura 3 – Parâmetros da seção tipo celular



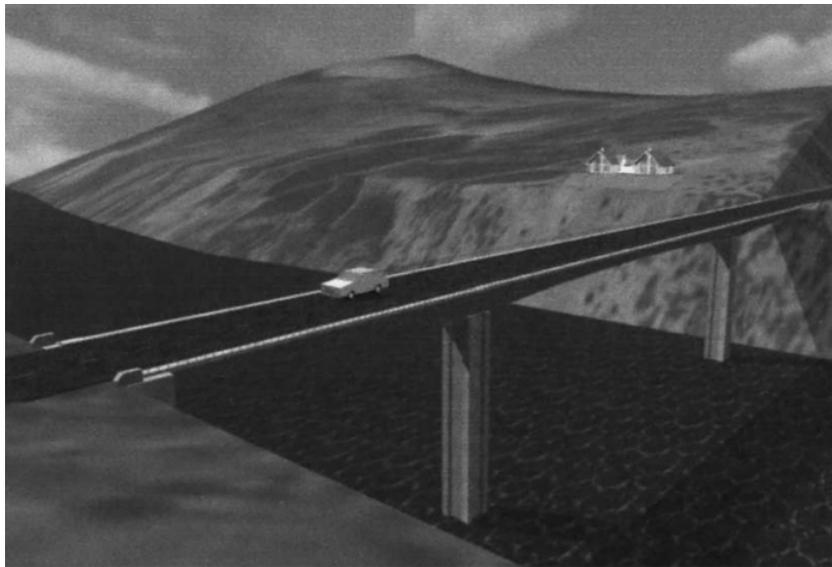
Fonte: Sampaio (2003).

Os parâmetros necessários para a variação da esbeltez ao longo do vão também devem ser fornecidos. A quantidade de dados inseridos no software de modelagem pode tornar

essa atividade morosa e propensa a erros. Além disso, o trabalho não descreve o método de inserção dos dados de alinhamento horizontal e vertical da rodovia.

Para geração do tabuleiro, é criada uma série finita de seções transversais ao longo de cada vão, obtendo assim uma representação aproximada do modelo, sendo necessária a interpolação para obtenção de valores intermediários. Com o interesse apenas de visualização, o modelo 3D (Figura 4) é gerado a partir da criação de superfícies entre as seções transversais e, portanto, não é adequado para realização de medições precisas ou conversão em modelos de análise, pois pode não formar sólidos consistentes.

Figura 4 – Modelo 3D da ponte inserido em ambiente virtual

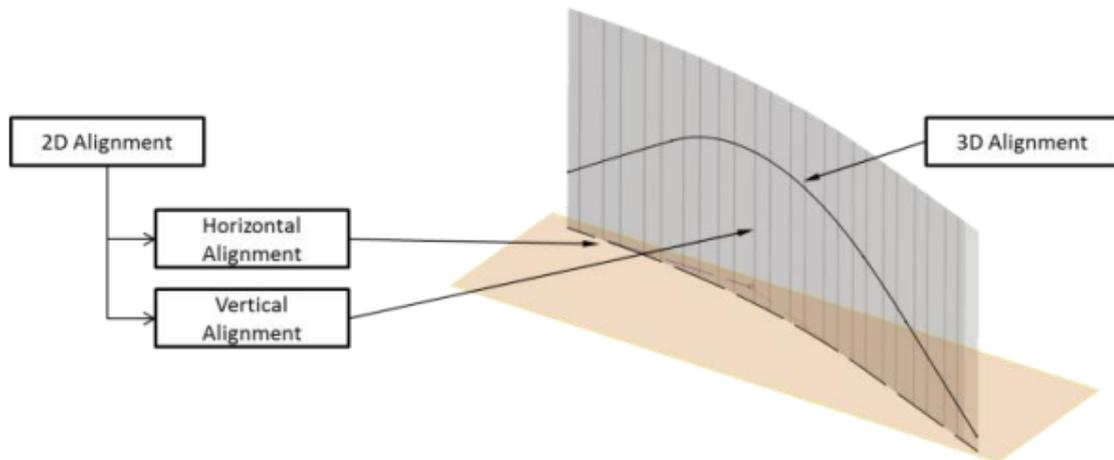


Fonte: Sampaio (2003).

Amann *et al.* (2015) descreve como seções transversais podem ser integradas ao modelo de alinhamento longitudinal da rodovia, dessa vez, fazendo referência ao formato padrão *Industry Foundation Classes* (IFC), um formato de arquivo padrão suportado por programas BIM desenvolvido pela BuildingSMART (BORRMANN *et al.*, 2018). No modelo de traçado do IFC, o traçado horizontal é formado por linhas retas (*IfcLineSegment2D*), curvas circulares (*IfcCircularArcSegment2D*) e curvas em espiral (*IfcClothoidalArcSegment2D*). O traçado vertical (*IfcAlignment2DVertical*), definido no plano xy, onde x corresponde ao estaqueamento da rodovia e y à cota de elevação, é composto pelos elementos: linha reta (*IfcAlignment2DVerSegLine*), curva circular (*IfcAlignment2DVerSegParabolicArc*) e parábola. De acordo com o autor, é possível formar o traçado 3D a partir da combinação dos traçados horizontal e vertical (Figura 5).

Os elementos da seção transversal (*IfcCrossSection*) são armazenados usando a

Figura 5 – Traçado 3D formado pela combinação dos traçados 2D horizontal e vertical



Fonte: Amann *et al.* (2015).

entidade *IfcRoadBody* apresentada no artigo, a qual é referenciada a um traçado *IfcAlignment*. A seção transversal é considerada perpendicular à tangente do traçado. Para validação do método apresentado, o modelo foi introduzido no programa de visualização de traçados e elevação de rodovias chamado *TUM Open Infra Platform*, através do arquivo *IFC Alignment STEP* contendo as seções transversais no formato proposto.

O artigo apresenta a definição da estrutura da rodovia a partir das seções transversais definidas em pontos específicos do traçado, semelhante ao trabalho de Sampaio (2003), sendo necessária a interpolação de dados para a obtenção da geometria em um ponto qualquer do alinhamento. A construção contínua da estrutura através da parametrização das dimensões em função dos traçados horizontal e vertical, mantendo a topologia da seção transversal, pode reduzir a carga de dados armazenados além de automatizar a própria construção do modelo e sua atualização.

Wang *et al.* (2019) apresentam um método para elaboração de projetos de pontes estaiadas através da visualização 3D (Figura 6), combinando as características das pontes estaiadas com as vantagens da tecnologia BIM, utilizando o Revit (um programa que foi desenvolvido no conceito BIM). O artigo apresenta apenas a metodologia para modelagem do mastro principal.

O programa Revit é amplamente utilizado na indústria da construção (AUTODESK, 2021) e, até o momento, não tem aplicações para o caso de pontes, onde é necessário utilizar uma série de ferramentas através das barras de controle, tornando o processo lento, complicado e cheio de repetições. Segundo os autores, para poder utilizar o programa, foi necessário implementar novas funções para modelagem e customização da *interface*. Esta foi a razão para os autores se concentrarem apenas na modelagem paramétrica do mastro principal.

Figura 6 – Modelo geométrico 3D da ponte estaiada



Fonte: Wang *et al.* (2019).

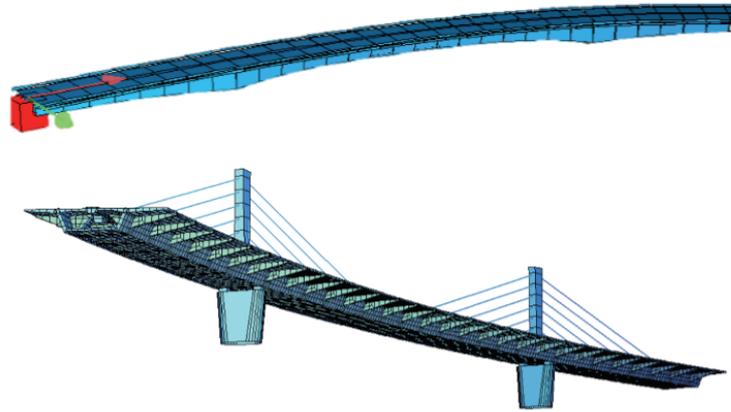
Para criar o modelo geométrico, primeiramente, alguns pontos-chaves são conectados para formar arestas, que, por sua vez, formam planos. O sólido final é formado por funções de fusão e alongamento. Os autores afirmam que os outros elementos da ponte são inseridos ao modelo de forma semelhante. Embora o método apresentado torne a modelagem mais rápida, ainda é necessário inserir um número grande de dados, não permitindo a criação automática de um protótipo.

### 2.3 Descrição paramétrica da superestrutura

O trabalho apresentado por Katz (2008) descreve a importância da utilização de dados paramétricos para a construção da geometria de uma ponte, ao invés da inserção de medidas finais de projeto, calculadas em ferramentas auxiliares externas ao sistema utilizado para geração dos desenhos. No trabalho, são apresentadas duas abordagens consideradas fundamentais para uma boa modelagem de pontes: a modelagem sólida 3D e a modelagem do eixo longitudinal. Para a definição paramétrica das seções transversais, o autor sugere a utilização de funções "inteligentes" que realizem operações geométricas simples, como a definição de um novo ponto relativo a outros dois pontos de referência, ou então, a definição de uma reta ou curva paralela a outra previamente definida. Como exemplo, o artigo cita alguns casos particulares de modelagem de pontes, como o caso onde a modelagem é definida inicialmente pelo eixo longitudinal (Figura 7), afirmando a necessidade de definição de parâmetros ao longo do eixo, com inclusão posterior dos apoios.

As abordagens apresentadas no artigo tratam da utilização de parâmetros durante a elaboração do projeto de pontes como solução para a perda de dados iniciais pelo método

Figura 7 – Ponte curva com altura variável e altura constante



Fonte: adaptado de Katz (2008).

tradicional de concepção da geometria. Porém, a fase de inserção desses parâmetros pode tornar a modelagem onerosa devido à enorme quantidade de dados, principalmente em casos onde a geometria não segue uma forma regular.

Huang *et al.* (2011) analisam a viabilidade da utilização de sistemas BIM com modelagem 3D paramétrica no desenvolvimento do projeto geométrico de ferrovias, incluindo curvas horizontais e verticais, e compara com o método tradicional que utiliza desenhos 2D e planilhas eletrônicas. Apesar do trabalho tratar especificamente de ferrovias, é possível fazer uma analogia com a definição da geometria de rodovias, pois ambas possuem as mesmas características de alinhamento e traçado do eixo principal.

Os autores citam as principais deficiências do método tradicional, como a inserção manual dos dados iniciais de dimensionamento, e descrevem alguns benefícios da utilização de um sistema BIM, como a interação gráfica com o usuário, permitindo emitir sinais de advertência caso algum critério não esteja sendo atendido, e ligações dinâmicas entre dados fornecidos e resultados de tabelas e desenhos. Tais benefícios facilitam a visualização dos efeitos causados pelas alterações, reduzindo assim, a possibilidade de erros.

O trabalho de Ji *et al.* (2013) apresenta um método para armazenar a geometria da superestrutura de uma ponte de forma paramétrica, utilizando o formato neutro de dados *Industry Foundation Classes for Bridges* (IFC-Bridge), desde que sejam feitas algumas extensões, como a dependência entre parâmetros por meio de equações algébricas e constantes geométricas (Figura 8), permitindo assim a atualização automática da geometria final do modelo a partir da alteração de parâmetros iniciais. Para validar o método proposto, é realizado um estudo de caso onde uma ponte com seção transversal do tipo celular é modelada em um programa genérico de desenho



## 2.4 Considerações finais

Os trabalhos discutidos nesta seção utilizam o conceito de descrição paramétrica para construção dos modelos, o que torna a modelagem mais flexível. Porém, a inserção de uma grande quantidade de dados pode tornar a modelagem onerosa e propícia a erros. A introdução de métodos de automação podem reduzir a quantidade de parâmetros de entrada e permitir a criação de um protótipo que pode ser atualizado posteriormente através da intervenção do usuário ou devido a modificações de revisão de projeto. Outro aspecto a destacar é que na maioria dos trabalhos foi utilizado um *software* gráfico genérico para permitir a construção e a visualização dos modelos. Isso impõe a necessidade de adequação aos comandos e às funções disponíveis na *Application Programming Interface* (API) do programa que não é direcionado para a área de pontes, o que pode tornar o processo de criação do modelo menos intuitivo e pode não possibilitar a verificação da validade dos sólidos gerados.

### 3 TÉCNICA PROPOSTA

Neste capítulo é apresentada a técnica proposta para a geração automática de modelos geométricos de pontes de concreto com seção celular. Esse tipo de seção transversal é amplamente utilizado, pois proporciona alta rigidez com pouco consumo de material. Antes de iniciar o processo de geração do modelo geométrico, é necessário fornecer informações gerais sobre as características da via, bem como sobre as características inerentes ao local de construção.

Para a construção do modelo geométrico da superestrutura, um novo alinhamento é automaticamente calculado a partir do alinhamento da via à qual a ponte pertence. Após a geração do modelo preliminar, a visualização imediata permite verificar se os critérios definidos nas etapas anteriores produziram um modelo que satisfaz as expectativas do projetista. Caso contrário, ajustes podem ser feitos nos parâmetros do projeto.

O fluxograma geral da técnica, ilustrada na Figura 10, apresenta os principais passos necessários para a geração de um modelo geométrico de ponte, e irá servir de guia para a apresentação do resto deste capítulo.

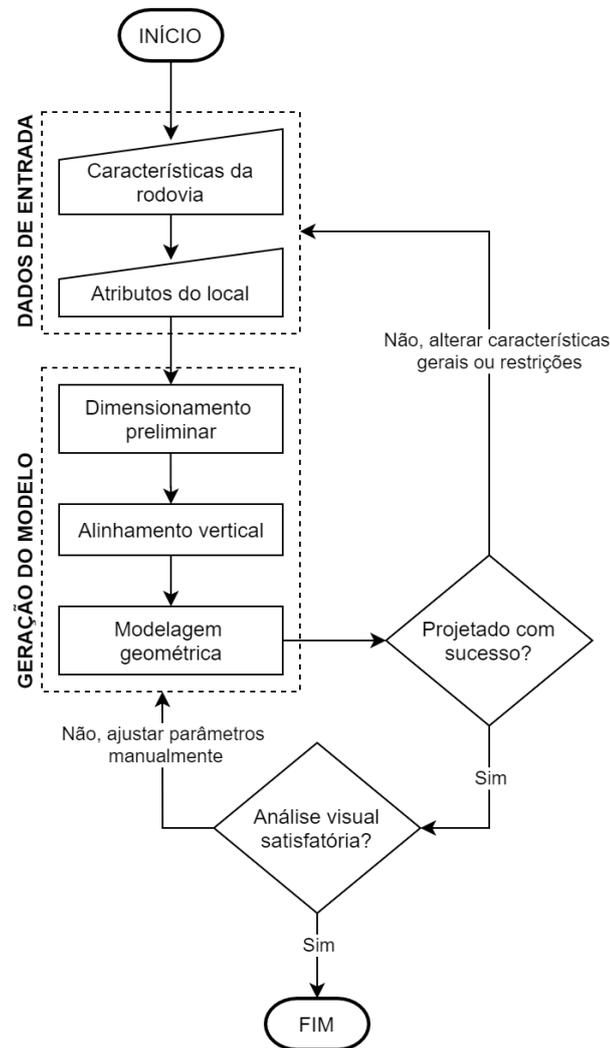
#### 3.1 Características da rodovia

A estrutura de uma ponte rodoviária, e, conseqüentemente, o modelo geométrico de sua superestrutura, deve estar integrada com o projeto geométrico da via no local onde a ponte será construída, respeitando as curvaturas em planta e os raios usados na concordância vertical (FIB, 2000). Sendo assim, a participação do projetista de pontes na determinação da rota a ser traçada é crucial para uma integração suave e segura.

Numa rodovia, o alinhamento 3D é formado pela combinação de dois alinhamentos 2D: um alinhamento horizontal e um alinhamento vertical, ambos constituídos por uma sequência de segmentos curvos ligados por segmentos de reta chamados tangentes (WOLHUTER, 2015). O alinhamento horizontal é dado pela vista em planta da estrada, e representa as coordenadas geográficas (latitude e longitude) do eixo de referência da rodovia no plano horizontal. O alinhamento vertical, por sua vez, complementa o alinhamento horizontal, fornecendo o chamado perfil longitudinal, que dá as elevações dos pontos ao longo do comprimento da curva horizontal (FWA, 2006), ou estaqueamento definido no caminhamento do eixo da rodovia.

Outros parâmetros, como a largura da rodovia e a velocidade de projeto, que influenciam as características geométricas da ponte, são levados em consideração neste trabalho. Além

Figura 10 – Fluxograma geral da técnica



Fonte: elaborado pelo autor.

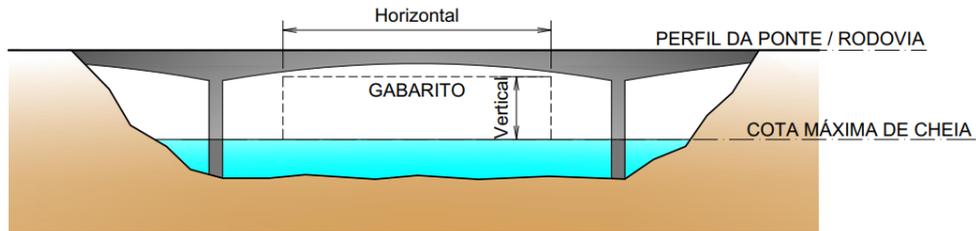
disso, um aspecto importante a ser considerado na concepção geométrica de pontes rodoviárias são as características físicas do veículo padrão selecionado para representar a classe de utilização da rodovia, denominado veículo de projeto (AASHTO, 2018). A geometria do tabuleiro da ponte deve ter espaço para conter o veículo de projeto adotado, tanto em trechos retos como em trechos curvos, aumentando a largura das faixas quando necessário como medida de segurança.

### 3.2 Aspectos relacionados ao local de implantação

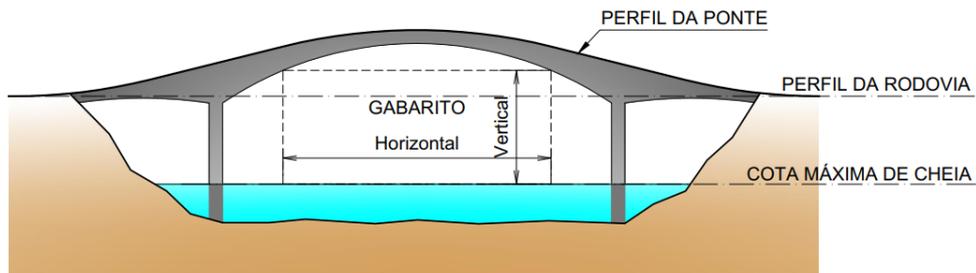
A escolha do tipo de ponte depende não só do traçado da rodovia, mas também dos espaços livres da via inferior (BARKER; PUCKETT, 2013). Portanto, as condições geométricas do obstáculo a ser transposto (estrada, via férrea, ou cursos d'água) no local da travessia levam o projetista a definir os espaços livres, também denominados gabaritos, que devem ser respeitados

pelo modelo da ponte. Além dos gabaritos necessários sob a ponte, neste trabalho, o desenho geométrico do tabuleiro sobre um rio considera também a cota de máxima cheia (Figura 11).

Figura 11 – Definição do perfil longitudinal de acordo com o gabarito exigido



(a) Perfil da ponte sobreposto ao perfil da rodovia.



(b) Perfil da ponte com curva vertical.

Fonte: elaborado pelo autor.

Neste trabalho, o espaço livre horizontal da superestrutura assegura que toda a largura da via inferior esteja livre para o tráfego, sem risco de colisão com o tabuleiro da ponte. Com relação ao gabarito vertical, de acordo com as recomendações do *American Association of State Highway and Transportation Officials* (AASHTO), o valor mínimo de 5 metros é automaticamente adotado para pontes sobre rodovias a fim de minimizar a interferência do projetista para obter um modelo preliminar. No caso de pontes sobre rios navegáveis, o gabarito vertical deve assegurar a passagem livre das embarcações, e é definido pela distância medida entre a face inferior da superestrutura da ponte e a cota de cheia máxima do rio. Tais gabaritos devem atender aos valores mínimos exigidos pelas autoridades competentes de cada região.

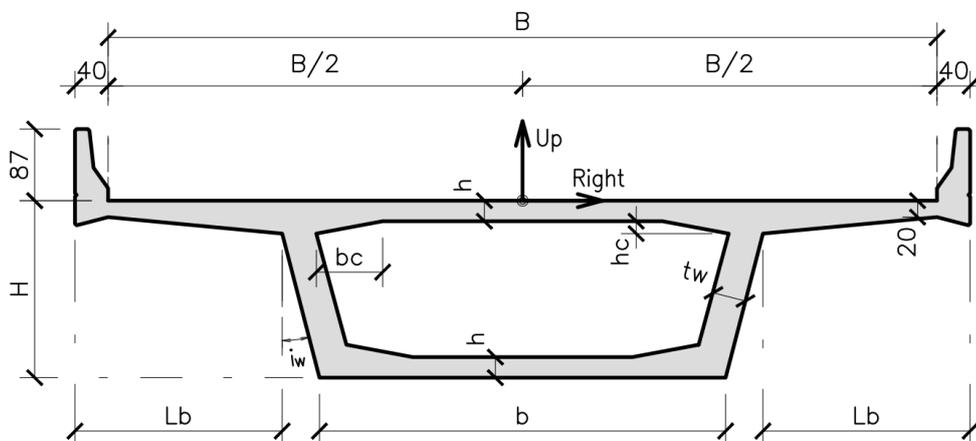
### 3.3 Dimensionamento paramétrico da seção transversal

Segundo Sampaio (SAMPAIO, 2003), a forma do tabuleiro de uma ponte é definida pela seção transversal que percorre o seu eixo longitudinal. No presente trabalho, adotou-se a estrutura tipo celular, cuja seção transversal tem a geometria de uma viga caixão e suas dimensões podem variar ao longo do seu percurso. De acordo com Barker e Puckett (2013), esta solução é

amplamente utilizada em viadutos urbanos, não apenas pelo seu caráter estético, mas também porque apresenta grande rigidez com pouco consumo de material, o que é particularmente vantajoso em situações com curvas horizontais.

A modelagem paramétrica permite definir a geometria do modelo por meio de restrições e relações entre parâmetros. Isso, torna a geração do modelo rápida e eficiente, e facilita sua atualização quando o mesmo for sujeito a modificações (BORRMANN; BERKHAHN, 2018). Na técnica proposta, a geração do modelo começa com o dimensionamento automático da seção transversal (Figura 12), cujas dimensões são calculadas parametricamente a partir da Largura do tabuleiro ( $B$ ), que é considerada igual à largura da rodovia à qual pertence; e da Altura do tabuleiro ( $H$ ), que é determinada, inicialmente, em função do comprimento do vão principal ( $L$ ), em conformidade com a solução estrutural adotada. Tais valores podem ser alterados posteriormente, se necessário. Uma versão atualizada do modelo pode ser obtida automaticamente sem a necessidade de ajustar as outras dimensões manualmente.

Figura 12 – Seção transversal celular parametrizada



Fonte: elaborado pelo autor.

É fácil compreender que estudantes e projetistas recém-formados têm dificuldade em adotar valores que caracterizam satisfatoriamente a geometria de um elemento estrutural, considerando que a concepção da geometria surge inicialmente a partir da imaginação de um projetista experiente. Neste sentido, a aplicação de fórmulas e constantes geométricas visa auxiliar o projetista nesta fase inicial.

A consideração de proporções na concepção de uma ponte ajuda a definir com sucesso as relações entre os elementos estruturais (MNDOT, 1995). Para permitir a geração automática de uma versão preliminar do modelo, foram estabelecidas relações que definem a esbeltez da estrutura. A Tabela 1 apresenta as restrições geométricas adotadas neste trabalho para

Tabela 1 – Relações de esbeltez para seção tipo celular

Parâmetro	Fórmula
Altura total da seção transversal ( $H$ )	$L/20$
Comprimento da laje em balanço ( $L_b$ )	$B/4,3$
Espessura da laje ( $h$ )	$L_b/10$
Largura da viga ou nervura ( $t_w$ )	$H/5$
Altura da mísula ( $h_c$ )	$(H - 2h)/10$
Largura inferior da seção celular ( $b$ )	$B - 2(L_b + i_w(H - h - h_c))$
Largura da mísula ( $b_c$ )	$(b - 2t_w)/5$

Fonte: elaborado pelo autor.

seções do tipo celular projetadas em concreto protendido, seguindo as recomendações de projeto estabelecidas por Barker e Puckett (2013) combinadas com critérios de projeto adotados por projetistas de pontes especializados, onde  $i_w$  é a inclinação das vigas (em porcentagem). Quando a largura inferior do tabuleiro ( $b$ ), calculada no dimensionamento preliminar da seção transversal, permanecer constante,  $i_w$  torna-se variável e é recalculado a cada nova etapa da modelagem. Para melhor padronizar os valores, os resultados são arredondados para múltiplos de 5.

Em certas situações, a altura do tabuleiro permanece constante ao longo do vão. Nesses casos, as outras dimensões também permanecerão inalteradas e, conseqüentemente, as lajes superior e inferior serão paralelas. Isso pode reduzir os custos de fabricação se forem utilizadas peças pré-fabricadas, porém, é comum adotar vigas com altura variável para adequar a inércia da superestrutura às tensões resultantes da análise estrutural, mantendo a seção de maior inércia sobre os apoios. A adoção de vigas com altura variável pode gerar uma estrutura mais delgada, reduzindo os custos com material.

De acordo com o *Aesthetic Guidelines for Bridge Design*, uma publicação do Minnesota Department of Transportation (MNDOT, 1995), para considerar uma seção transversal com altura variável, tal variação deve ser parabólica. Neste sentido, é necessário determinar a equação que descreve uma parábola com concavidade voltada para baixo, e que irá representar a trajetória da superfície inferior do tabuleiro em cada vão (Figura 13).

Figura 13 – Tabuleiro celular com altura variável



Fonte: elaborado pelo autor.

Para cada vão da ponte, uma nova equação é determinada a partir de três pontos conhecidos: o vértice, localizado no meio do vão; e os outros dois pontos que estão localizados nas extremidades do vão, interceptando o eixo das abscissas. Estudos estatísticos acerca de pontes executadas em concreto protendido de seção celular com altura variável demonstram que a razão entre a altura do tabuleiro sobre o pilar ( $H$ ) e a altura do tabuleiro no meio do vão ( $H_p$ ) varia em torno de  $H/H_p = 2$  (SETRA, 2003), sendo portanto, adotada neste trabalho.

Primeiramente, é preciso computar uma sequência de distâncias, ou seja, de posições ao longo do alinhamento horizontal (ou estaqueamento), em uma lista chamada de *span vector*  $D$ , onde são armazenadas as distâncias  $d_i$  de cada apoio em relação ao início do alinhamento, tendo como valor inicial e valor final as distâncias para as extremidades da ponte (Figura 14). Essas posições dos pilares podem ser introduzidas manualmente pelo projetista; ou podem ser geradas automaticamente.

Figura 14 – Corte longitudinal de ponte com indicação do posicionamento dos pilares ao longo do alinhamento horizontal



Fonte: elaborado pelo autor.

Para a geração automática de posições dos pilares, o método proposto assume que os vãos internos da ponte terão o mesmo comprimento do vão principal, obtendo-se assim o número de apoios ao dividir o comprimento total do alinhamento horizontal pelo comprimento do vão principal (a eliminação e a relocação dos pilares pode ser feita na fase de edição).

Dado  $s_p$  como sendo a distância projetada no plano horizontal de uma seção transversal genérica ao longo do alinhamento da ponte, a lista *span vector*  $D$  é utilizada para encontrar o intervalo  $[d_i; d_{i+1}]$  no qual a seção transversal está localizada, a fim de definir automaticamente suas dimensões (Figura 15). Assim, a partir do comprimento do vão correspondente

$$L_i = d_{i+1} - d_i, \quad (3.1)$$

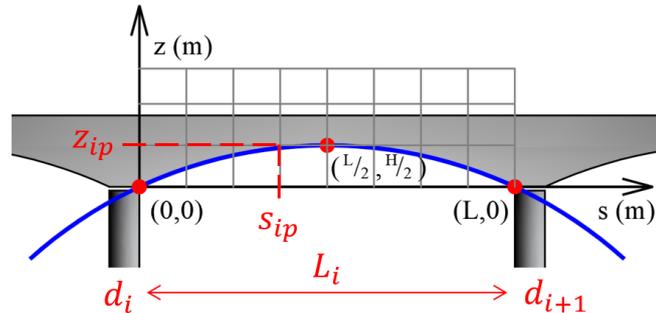
a redução da altura  $z_{ip}$  da seção transversal é calculada como segue:

$$z_{ip}(s_{ip}) = \frac{2H}{L_i^2} (L_i - s_{ip}) s_{ip}, \quad (3.2)$$

onde  $H$  é a altura do tabuleiro nos apoios  $i$  e  $i + 1$ , e  $s_{ip}$  é a posição atual da seção transversal em relação ao apoio inicial do vão, ou seja,

$$s_{ip} = s_p - d_i. \quad (3.3)$$

Figura 15 – Esquema genérico da variação parabólica da altura do tabuleiro



Fonte: elaborado pelo autor.

Finalmente, a altura  $H_{ip}$  da seção transversal atual pode ser calculada pela seguinte equação:

$$H_{ip} = H - z_{ip}, \quad (3.4)$$

e os outros parâmetros que definem a geometria da seção transversal são devidamente atualizados (ver Tabela 1).

### 3.4 Eixo longitudinal da superestrutura

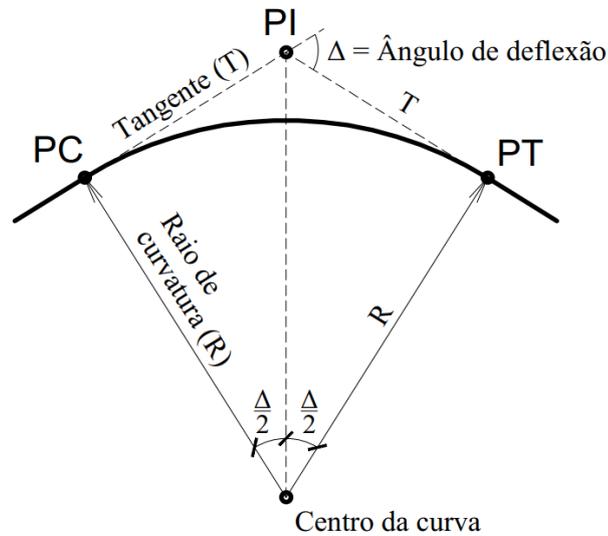
O alinhamento 3D é a curva de referência para a construção da superestrutura da ponte, e resulta da combinação de dois alinhamentos 2D: o alinhamento horizontal e o alinhamento vertical.

#### 3.4.1 Alinhamento horizontal

Para definir o alinhamento horizontal, é necessário determinar as coordenadas dos chamados pontos notáveis que definem o eixo da rodovia: Ponto de Curvatura (PC), Ponto de Interseção das Tangentes (PI), e Ponto de Tangência (PT). As coordenadas desses pontos são as coordenadas geográficas obtidas diretamente do projeto geométrico da rodovia (Figura 16).

Como mencionado anteriormente, o alinhamento horizontal também é composto por curvas e segmentos de reta. Ambos os alinhamentos, vertical e horizontal, precisam ser combi-

Figura 16 – Parâmetros geométricos da curva horizontal



Fonte: adaptado de Fwa (2006).

nados em uma única curva paramétrica para permitir a construção de um modelo geométrico que satisfaça a condição de continuidade  $C^2$ , ou seja, que a curvatura seja uma função contínua em cada ponto, inclusive nos pontos de conexão entre segmentos sucessivos (MORTENSON, 2006). Para isso, a técnica proposta utiliza a curva *Non-uniform Rational B-Spline* (NURBS) para o alinhamento horizontal, pois permite maior flexibilidade e controle da forma através da customização dos pesos associados a cada ponto de controle, que altera sua influência na curva. Tais pontos são os mesmos pontos utilizados para definir os segmentos. A curva NURBS representa formas cônicas com maior precisão, e garante um armazenamento compacto de dados (PIEGL; TILLER, 1997).

Uma curva NURBS de grau  $K$  é definida por

$$\mathbf{p}(t) = \frac{\sum_{i=0}^n N_{i,K}(t) w_i \mathbf{P}_i}{\sum_{i=0}^n N_{i,K}(t) w_i} \quad 0 \leq t \leq 1, \quad (3.5)$$

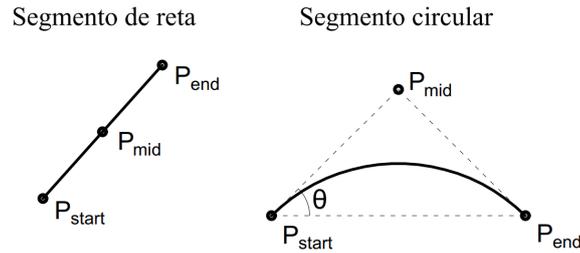
onde  $\mathbf{P}_i$  são os pontos de controle,  $N_{i,K}$  são as funções básicas *B-Splines* de grau  $K$  e  $w_i$  são os pesos associados a cada ponto de controle  $\mathbf{P}_i$ .

Na técnica proposta, os segmentos de reta e curva são formados por três pontos (Figura 17) cujos pesos associados são iguais a 1, exceto para o ponto médio dos segmentos curvos, que é calculado através da equação:

$$w_i = \frac{\mathbf{P}_{\text{mid}} - \mathbf{P}_{\text{start}}}{\|\mathbf{P}_{\text{mid}} - \mathbf{P}_{\text{start}}\|} \cdot \frac{\mathbf{P}_{\text{end}} - \mathbf{P}_{\text{start}}}{\|\mathbf{P}_{\text{end}} - \mathbf{P}_{\text{start}}\|} = \cos \theta, \quad (3.6)$$

para representar aproximadamente os segmentos de arco circular (PIEGL; TILLER, 1997), onde o símbolo " $\cdot$ " representa o produto escalar de dois vetores.

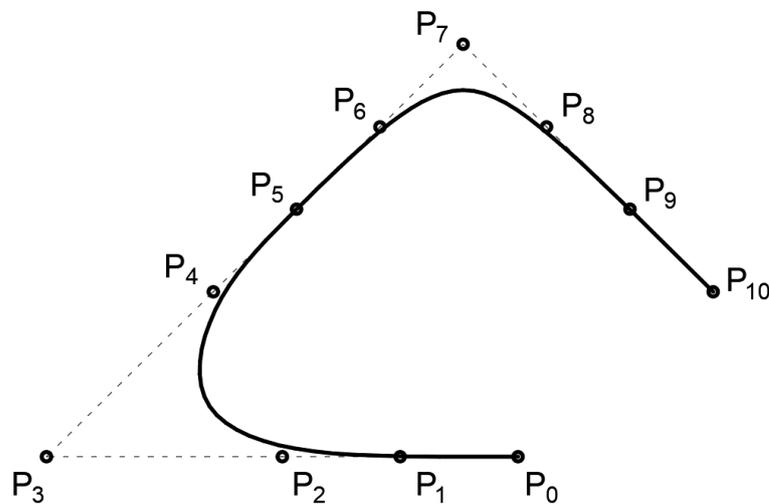
Figura 17 – Segmentos de reta e arco circular



Fonte: elaborado pelo autor.

A entrada para o processo de construção da curva paramétrica aqui descrita é a lista de segmentos que define o alinhamento horizontal (*SegList*). Para cada segmento, os pontos de controle são armazenados em  $P = \{P_0, \dots, P_n\}$  e seus respectivos pesos são armazenados em  $W = \{w_0, \dots, w_n\}$ . O procedimento começa com a inserção de  $P_0$  em  $P$  e  $w_0 = 1$  em  $W$ . O ponto de controle  $P_0$  é o ponto inicial do primeiro segmento da *SegList*. Para evitar o armazenamento de pontos repetidos, apenas os pontos médios e finais dos segmentos subsequentes são computados, assumindo que o alinhamento horizontal não tenha descontinuidade. No caso de segmentos de arco, o procedimento calcula o peso do ponto médio para representar a forma circular, chamando a função *midpointWeight* (linha 6), como mostrado no Algoritmo 1, e calculado usando a Equação 3.6. O procedimento termina com a construção do vetor de nós  $U = \{u_0, \dots, u_m\}$  da NURBS, com  $m = n + 1 + K$  para uma curva de grau  $K$  (ordem  $K + 1$ ) e  $n + 1$  pontos de controle. A Figura 18 ilustra uma curva gerada utilizando os parâmetros de construção determinados através das etapas descritas no Algoritmo 1.

Figura 18 – Curva NURBS 2D gerada a partir do alinhamento horizontal da rodovia



Fonte: elaborado pelo autor.

No projeto geométrico de rodovias, curvas de transição são tradicionalmente adotadas a fim de possibilitar uma trajetória segura do veículo (PIMENTA; OLIVEIRA, 2004). Neste trabalho, para proporcionar uma transição suave e visualmente satisfatória entre os segmentos do traçado horizontal, estão sendo utilizadas curvas NURBS de, no máximo, grau 3, pois a utilização de equações cúbicas é suficiente para permitir a geração de curvas com continuidade de curvatura ao longo de seu comprimento (MORTENSON, 2006).

---

**Algoritmo 1:** Determinação dos parâmetros de construção da curva NURBS 2D

---

**Entrada :** lista de segmentos *SegList*  
**Saída :** cria um objeto da curva NURBS

```

// Computar as coordenadas de todos os pontos de controle e seus
// respectivos pesos
1  $P_0 \leftarrow \mathbf{P}_{\text{start}}$  do primeiro segmento;
2  $w_0 \leftarrow 1$ ;
3 para todo segmento "i" faça
4   |  $P_{2i+1} \leftarrow \mathbf{P}_{\text{mid}}$ ;
5   | se SegList[i] é um segmento de arco então
6   |   |  $w_{2i+1} \leftarrow \text{midpointWeight}(i)$ 
7   | senão
8   |   |  $w_{2i+1} \leftarrow 1$ 
9   | fim
10  |  $P_{2i+2} \leftarrow \mathbf{P}_{\text{end}}$ ;
11  |  $w_{2i+2} \leftarrow 1$ ;
12 fim
// Calcular o grau das funções de base para (n+1) pontos de
// controle
13  $K \leftarrow n$ ;
14 se  $K > 3$  então
15 |  $K \leftarrow 3$ 
16 fim
// Construir o Vetor de Nós
17  $m \leftarrow n + 1 + K$ ;
18 para  $i \leftarrow 0$  até  $m$  faça
19 | se  $i \leq K$  então
20 |   |  $u_i \leftarrow 0$ 
21 | senão
22 |   | se  $i > n$  então
23 |     |  $u_i \leftarrow 1$ 
24 |   | senão
25 |     |  $u_i \leftarrow \frac{i-K}{n-K+1}$ 
26 |   | fim
27 | fim
28 fim

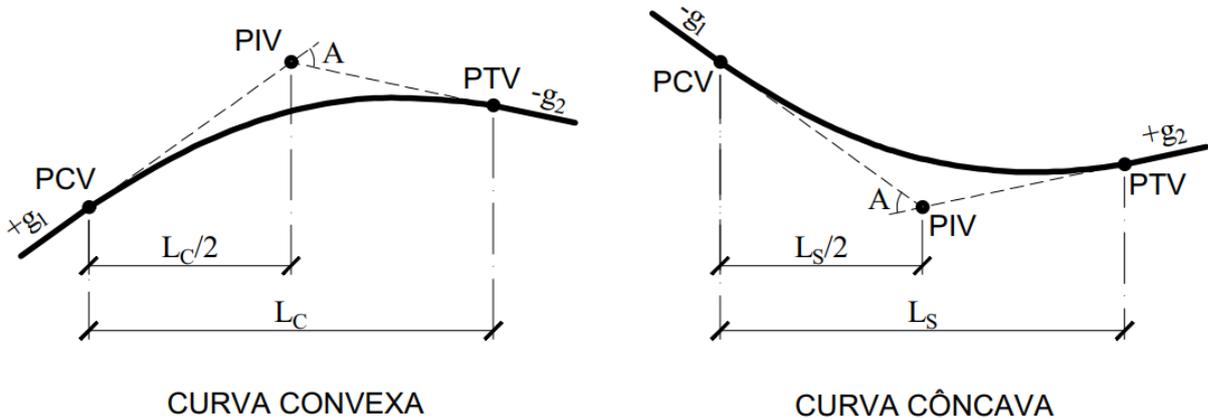
```

---

### 3.4.2 Alinhamento vertical

O alinhamento vertical, ou perfil longitudinal, é formado por uma série de rampas conectadas por curvas verticais, proporcionando uma transição suave entre a inclinação da primeira rampa  $g_1$  e a inclinação da segunda rampa  $g_2$  (ambas expressas em porcentagem) (FWA, 2006). Estas curvas podem ser de dois tipos: curvas convexas e curvas côncavas. Ambos os tipos de curvas verticais são definidos pelos seguintes pontos: ponto inicial da curva, Ponto de Curvatura Vertical (PCV); ponto final da curva, Ponto de Tangência Vertical (PTV); e Ponto de Interseção das Tangentes da Curva Vertical (PIV), que é o ponto de interseção das linhas tangentes em PCV e PTV (Figura 19).

Figura 19 – Tipos de curvas verticais



Fonte: elaborado pelo autor.

Neste trabalho, a definição do alinhamento vertical segue os critérios definidos pela AASHTO (2018). Aqui, as rampas são segmentos de reta com inclinação positiva (rampa ascendente) ou negativa (rampa descendente) conectados em sequência por curvas parabólicas verticais, nas quais a inclinação varia a uma taxa constante a partir de ambas as extremidades da curva (FWA, 2006). A título de simplificação, neste trabalho, as curvas parabólicas são definidas considerando o ponto PIV equidistante dos pontos PCV e PTV ao longo do plano horizontal. Esse tipo de consideração é comumente empregado em projeto geométrico de rodovias, embora existam outros tipos não simétricos (WOLHUTER, 2015). Com base nesses termos, a elevação  $z$  para cada distância horizontal  $s$  em relação ao ponto PCV é calculada (FINDLEY *et al.*, 2015) como

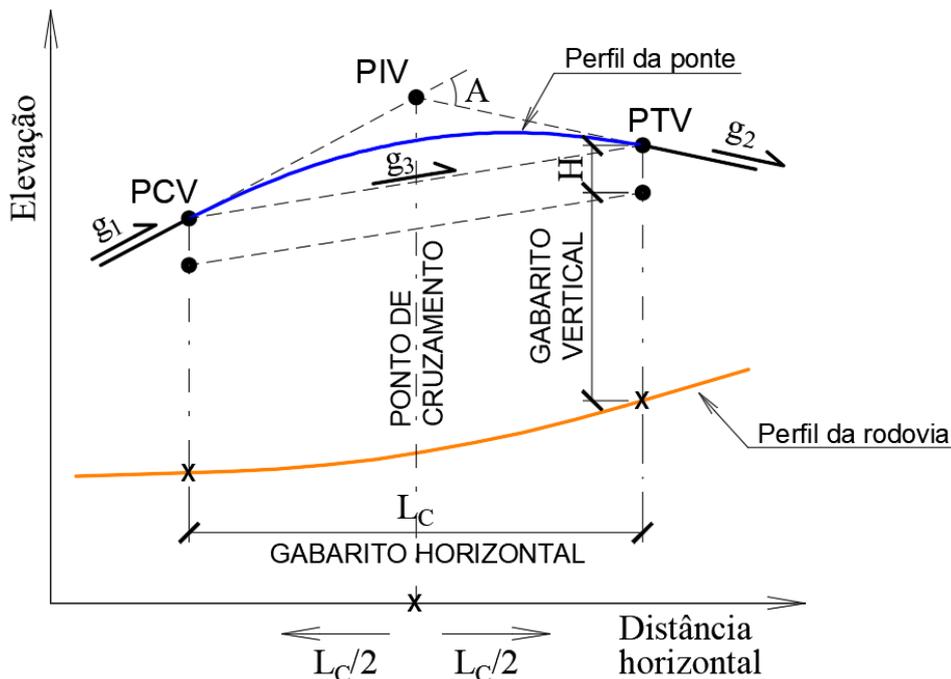
$$z(s) = \frac{g_2 - g_1}{2(PTV_s - PCV_s)} s^2 + g_1 s + PCV_z, \quad (3.7)$$

com  $g_1$  e  $g_2$  na forma decimal.

Apesar das coordenadas de elevação do perfil da ponte serem definidas a partir da superfície da rodovia, o *Guidance for Good Bridge Design*, uma publicação da Fédération Internationale du Béton (FIB, 2000), não recomenda projetar pontes com perfil longitudinal de curvas verticais côncavas para evitar o acúmulo de água pluvial. Sendo assim, o uso da curva vertical convexa como base na construção do perfil longitudinal deve facilitar o escoamento da água. Além disso, por conta de sua geometria, torna-se uma solução bastante atrativa no cumprimento dos gabaritos necessários.

Portanto, neste trabalho, o projeto da curva convexa (Figura 20) marca a fase inicial da construção automática do perfil longitudinal, seguindo as etapas descritas no Algoritmo 2. Aqui, o comprimento da curva convexa  $L_c$ , ou seja, a distância horizontal entre os pontos PCV e PTV, corresponde ao gabarito horizontal (linha 2), tomando como referência o ponto PIV localizado sobre o eixo vertical que passa pelo ponto de cruzamento entre as vias.

Figura 20 – Configuração dos pontos notáveis para definição da curva vertical convexa de acordo com os gabaritos exigidos (passo inicial da construção do perfil vertical da ponte)



Fonte: elaborado pelo autor.

Portanto, as cotas de elevação dos pontos PCV e PTV são definidas a partir do perfil da rodovia pela soma do gabarito vertical mais a altura total do tabuleiro da ponte (linhas 7–8), determinada na etapa anterior de dimensionamento da seção transversal (Seção 3.3). Para pontes sobre cursos d'água, as cotas de elevação dos pontos finais da curva vertical convexa são

---

**Algoritmo 2:** Projeto da Curva Vertical Convexa
 

---

**Entrada :** gabaritos horizontal e vertical [ $c_{hor}, c_{vert}$ ]

 altura do tabuleiro  $H$ 

 velocidade de projeto  $V$ 

 distância do ponto de cruzamento  $s_c$ 

 cota máxima de cheia  $z_w$ 
**Saída :** curva convexa do perfil da ponte *crestCurve*

```

1  $S \leftarrow stoppingSightDist(V)$  ; // Equação 3.8
2  $L_c \leftarrow c_{hor}$ ;
  // Computar as coordenadas dos pontos extremos PCV e PTV
3  $PCV_s \leftarrow s_c - L_c/2$ ;
4  $PTV_s \leftarrow s_c + L_c/2$ ;
5  $z_{cs} \leftarrow roadElevation(s_c)$ ;
6 se  $z_{cs} > (z_w + c_{vert})$  então
7   |  $PCV_z \leftarrow roadElevation(PCV_s) + c_{vert} + H$ ;
8   |  $PTV_z \leftarrow roadElevation(PTV_s) + c_{vert} + H$ ;
9 senão
10  |  $PCV_z, PTV_z \leftarrow z_w + c_{vert} + H$ 
11 fim
  // Localizar o ponto de intereseção PIV
12  $A \leftarrow algebraicDiff(S, L_c)$  ; // Equação 3.9
13  $g_3 \leftarrow chordGrade(PTV_z, PCV_z, L_c)$  ; // Equação 3.11
14  $[g_1, g_2] \leftarrow grades(A, g_3)$  ; // Equação 3.10
15  $PIV_s \leftarrow s_c$ ;
16  $PIV_z \leftarrow PCV_z + (L_c/2)g_1$ ;
17  $crestCurve \leftarrow parabolicArc(PCV, PIV, PTV)$ ;

```

---

definidas a partir do nível de máxima cheia do rio (linha 10).

Nesta etapa, o principal parâmetro de definição da curva vertical é a distância mínima de frenagem ( $S$ ), que é a distância necessária para que o veículo pare completamente após o motorista avistar um obstáculo e acionar o freio. Um  $S$  considerado seguro para curvas verticais é computado na linha 1 como

$$S = 0,695V + 0,039 \frac{V^2}{a}, \quad (3.8)$$

onde  $V$  é a velocidade de projeto (máxima velocidade com a qual se pode trafegar com segurança ao longo da rodovia), e  $a$  é a taxa de desaceleração, geralmente adotada como  $3,4 \text{ m/s}^2$  (AASHTO, 2018).

Para a curva vertical convexa, a diferença algébrica entre as inclinações das tangentes ( $A$ ) é definida como:

$$A = \begin{cases} \frac{658L_c}{S^2} & \text{se } S < L_c \\ \frac{658}{2S - L_c} & \text{se } S \geq L_c \end{cases}, \quad (3.9)$$

assumindo os valores padrão definidos pela AASHTO (2018) para a altura da vista do motorista em relação à superfície da rodovia (1,08 m) e a altura do obstáculo (0,60 m).

Para determinar a equação da parábola que descreve a trajetória da curva vertical (Equação 3.7), é necessário determinar as inclinações das rampas de entrada e saída da curva,  $g_1$  e  $g_2$ , respectivamente, como

$$g_{1,2} = g_3 \pm \frac{A}{2}, \quad (3.10)$$

onde

$$g_3 = \frac{VPT_z - VPC_z}{L_c} \quad (3.11)$$

é a inclinação do segmento de reta delimitado pelos pontos PCV e PTV, a qual pode assumir valor positivo, em caso de alicha, ou negativo, em caso de declive.

Para garantir uma transição suave entre os perfis da ponte e da rodovia, são empregadas curvas côncavas no início e no final do alinhamento vertical. Para isso, é necessário localizar o ponto de interseção  $PIV_{sag}$  executando um simples cálculo de interseção entre a reta tangente proveniente da curva convexa, determinada anteriormente, e a rampa correspondente do perfil da rodovia (Figura 21). Essas retas são definidas de forma paramétrica como:

$$P(v) = PCV_{crest} + v\mathbf{r}, \quad (3.12)$$

onde  $\mathbf{r}$  é o vetor unitário

$$\mathbf{r} = \frac{PCV_{crest} - PIV_{crest}}{\|PCV_{crest} - PIV_{crest}\|}; \quad (3.13)$$

e

$$P(\xi) = PIV_i + \xi\mathbf{g}, \quad (3.14)$$

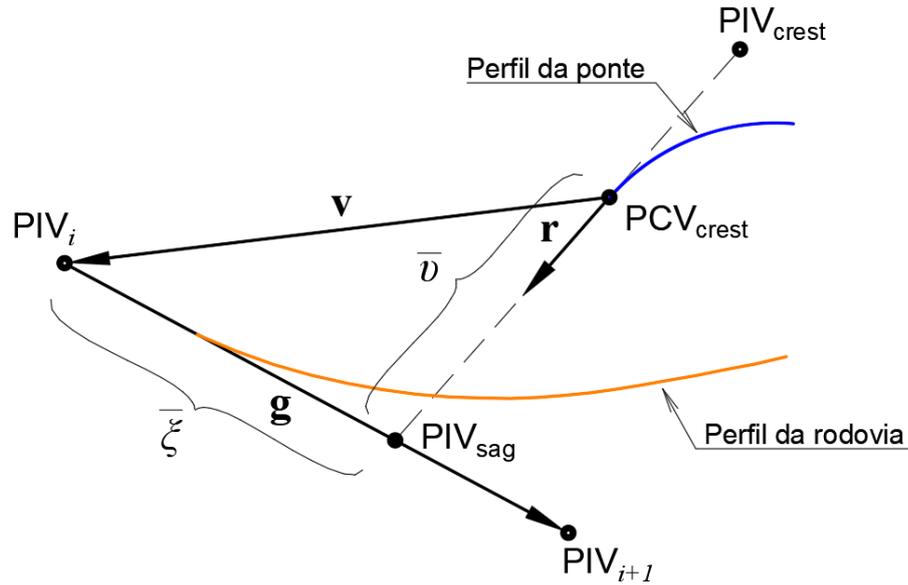
onde o vetor

$$\mathbf{g} = PIV_{i+1} - PIV_i \quad (3.15)$$

representa a inclinação da rampa no sentido do alinhamento.

O Algoritmo 3 descreve as etapas para projetar a curva côncava proposta. Dentre todas as rampas  $i$  do perfil da rodovia (linha 2), a função *nearestIntersection* (linha 5) retorna

Figura 21 – Representação gráfica da interseção de duas retas tangentes e seus vetores associados. A linha tracejada representa a tangente do perfil da ponte. Uma vez que  $\mathbf{r}$  e  $\mathbf{g}$  não são paralelos, o ponto de interseção pertence à tangente corrente da rodovia somente quando  $0 \leq \bar{\xi} \leq 1$ .



Fonte: elaborado pelo autor.

o valor de  $\bar{\nu}$  associado ao ponto de interseção  $PIV_{sag}$  válido mais próximo da reta tangente (Equação 3.12) a partir da curva convexa, isto é,

$$\bar{\nu} = \frac{v_z g_s - v_s g_z}{r_z g_s - r_s g_z}, \quad (3.16)$$

onde

$$\mathbf{v} = PIV_i - PCV_{crest}. \quad (3.17)$$

Na linha 9, a função *pointOfIntersection* computa o ponto

$$PIV_{sag} = PCV_{crest} + \bar{\nu} \mathbf{r}, \quad (3.18)$$

que é considerado válido quando o parâmetro associado

$$\bar{\xi} = \frac{v_s r_z - v_z r_s}{r_s g_z - r_z g_s}. \quad (3.19)$$

ao longo da rampa correspondente do perfil da rodovia (ver Equação 3.14) pertence ao intervalo  $[0;1]$  (linha 13).

A inclinação da rampa de entrada  $g_1$  é obtida pela função *roadGrade* (linha 16), que calcula seu valor com sinal como

$$g_1 = \frac{g_z}{g_s}. \quad (3.20)$$

---

**Algoritmo 3:** Projeto da Curva Vertical Côncava
 

---

**Entrada** : curva convexa do perfil da ponte *crestCurve*  
 alinhamento vertical da rodovia *roadProfile*  
 velocidade de projeto  $V$

**Saída** : curva côncava do perfil da ponte *sagCurve*

```

// Localizar o ponto de interseção entre os perfis da rodovia e da
// ponte
1  $\mathbf{r} \leftarrow \text{ray}(\text{crestCurve})$ ; // Eq. (3.13)
2 para todo rampa "i" do "roadProfile" faça
3    $\mathbf{g} \leftarrow \text{roadGradeVector}()$ ; // Eq. (3.15)
4    $\mathbf{v} \leftarrow \text{auxVector}(\text{crestCurve})$ ; // Eq. (3.17)
5    $u \leftarrow \text{nearestIntersection}(\mathbf{v}, \mathbf{g}, \mathbf{r})$ ; // Eq. (3.16)
6   se  $u < 0$  então
7     | fim-para
8   fim
9    $\mathbf{p} \leftarrow \text{pointOfIntersection}(\mathbf{r}, u)$ ; // Eq. (3.18)
10   $\xi \leftarrow \text{gradeParameter}(\mathbf{v}, \mathbf{r}, \mathbf{g})$ ; // Eq. (3.19)
11  se  $0 \leq \xi \leq 1$  então
12    |  $\text{PIV} \leftarrow \mathbf{p}$ 
13  fim
14 fim
// Computar o comprimento da curva côncava
15 se curva côncava de entrada então
16   |  $g_1 \leftarrow \text{roadGrade}(\mathbf{g})$ ; // Eq. (3.20)
17   |  $g_2 \leftarrow g_1$  of crestCurve;
18 senão
19   |  $g_1 \leftarrow g_2$  of crestCurve;
20   |  $g_2 \leftarrow \text{roadGrade}(\mathbf{g})$ ; // Eq. (3.20)
21 fim
22  $A \leftarrow \text{algebraicDiff}(g_1, g_2)$ ; // Eq. (3.22)
23  $L_s \leftarrow \text{curveLength}(A, S)$ ; // Eq. (3.21)
24 se  $L_s < 0.6V$  então
25   |  $L_s \leftarrow 0.6V$ 
26 fim
// Computar as coordenadas dos pontos extremos PCV e PTV
27  $\text{PCV}_s \leftarrow \text{PIV}_s - L_s/2$ ;
28  $\text{PTV}_s \leftarrow \text{PIV}_s + L_s/2$ ;
29  $\text{PCV}_z \leftarrow \text{PIV}_z - (L_s/2)g_1$ ;
30  $\text{PTV}_z \leftarrow \text{PIV}_z + (L_s/2)g_2$ ;
31 sagCurve  $\leftarrow \text{parabolicArc}(\text{PCV}, \text{PIV}, \text{PTV})$ ;

```

---

A inclinação da rampa de saída  $g_2$ , por sua vez, recebe o mesmo valor de  $g_1$  da curva convexa (linha 17).

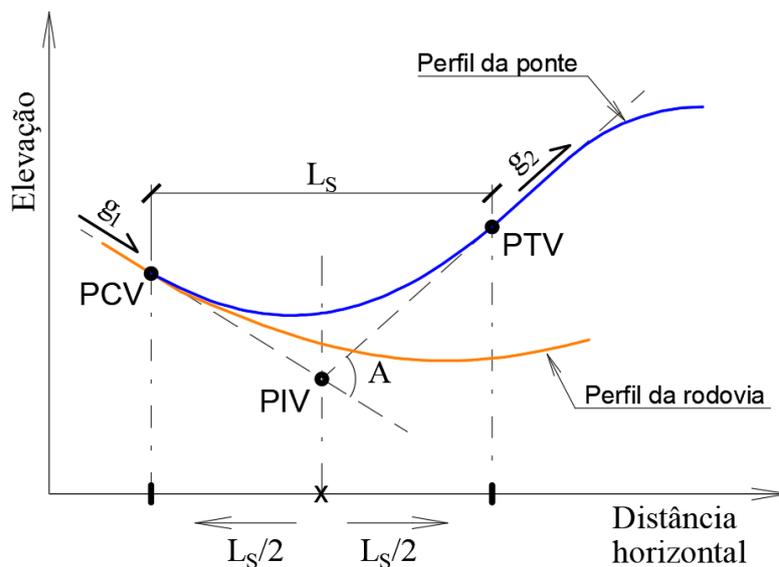
Finalmente, nas linhas 27–30, as coordenadas dos pontos finais são calculadas (ver Figura 22) a partir do ponto  $PIV_{\text{sag}}$  e do comprimento da curva  $L_s$  (ou seja, do alinhamento horizontal da curva côncava) é calculado na linha 23 como

$$L_s = \frac{AS^2}{120 + 3,5S} \geq 0,6V, \quad (3.21)$$

onde, na linha 22,

$$A = |g_2 - g_1|. \quad (3.22)$$

Figura 22 – Curva vertical côncava para permitir a transição suave entre o perfil da ponte e o perfil da rodovia



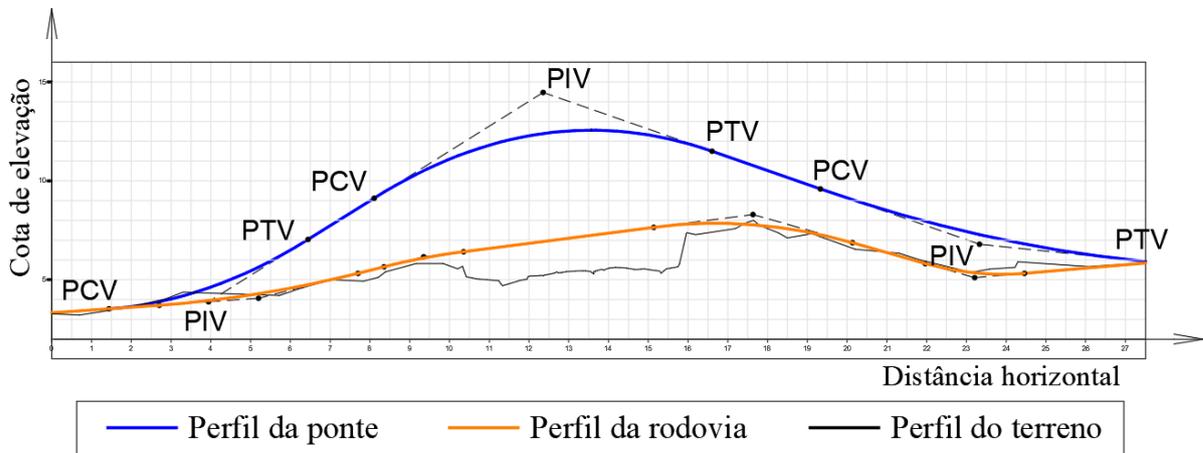
Fonte: elaborado pelo autor.

Esta abordagem é válida para a curva côncava de entrada do perfil longitudinal da ponte. Para a curva côncava de saída, um processo similar é executado trocando  $PCV_{\text{crest}}$  por  $PTV_{\text{crest}}$ . Nesse caso, a inclinação da rampa de entrada  $g_1$  (linha 19) recebe o mesmo valor que  $g_2$  da curva convexa e, por sua vez, a inclinação da rampa de saída  $g_2$  (linha 20) é obtida como definido na Equação 3.20.

A Figura 23 ilustra um exemplo de um perfil longitudinal gerado utilizando as etapas descritas nos Algoritmos 2 e 3.

Na engenharia de pontes, encontros são utilizados nas extremidades da superestrutura para conter o aterro na transição da ponte com a via e para transmitir cargas para as fundações. O

Figura 23 – Perfil de um alinhamento típico de ponte gerado a partir da superfície da rodovia durante o processo de construção do alinhamento vertical mostrando o perfil do terreno existente



Fonte: elaborado pelo autor.

alinhamento vertical proposto neste trabalho pode ser usado para construir modelos geométricos de encontros. A inclusão de tais modelos pode enriquecer a representação 3D do terreno no local onde a ponte está inserida, melhorando a percepção do usuário sobre a estrutura final a ser projetada.

### 3.4.3 Curva final do alinhamento 3D

O alinhamento 3D que serve como referência para a construção do modelo geométrico é obtido a partir do conjunto de pontos que definem a curva paramétrica horizontal combinada com o perfil longitudinal. Para isso, é necessário calcular a distância percorrida ao longo da curva horizontal para determinar a elevação correta exigida pelo alinhamento vertical. De modo geral, determinar a distância ao longo da curva paramétrica não é uma tarefa fácil, porque o parâmetro  $t$  da NURBS e o comprimento  $s$  ao longo da curva não são linearmente relacionados (WANG *et al.*, 2002). Para isso, foi adotada a aproximação numérica proposta por Guenter e Parent (1990) para o cálculo do comprimento de arco.

A ideia principal é criar uma tabela de busca para acelerar o cálculo do comprimento de arco através do seguinte processo em duas etapas: dividir a curva em  $\bar{n}$  intervalos paramétricos iguais, de acordo com a precisão desejada; e calcular o comprimento de arco  $s_i$  para cada parâmetro  $t_i$ , onde  $i$  varia de 0 a  $\bar{n}$ . Usando a tabela construída, pode-se identificar o intervalo  $[s_i; s_{i+1}]$ , no qual o comprimento de arco desejado se encontra, e calcular o  $t$  associado por interpolação linear. A Tabela 2 ilustra um exemplo de uma tabela de busca.

Tabela 2 – Comprimentos de arco da curva paramétrica

Parâmetro $t$	Comprimento de arco $s$
$t_0 = 0,0$	$s_0 = 0,0$
$t_1$	$s_1$
$t_2$	$s_2$
$t_3$	$s_3$
$\vdots$	$\vdots$
$t_{\bar{n}} = 1,0$	$s_{\bar{n}}$

Fonte: elaborado pelo autor.

O comprimento de arco acumulado é calculado através da equação:

$$s_{i+1} = s_i + \int_{t_i}^{t_{i+1}} ds = s_i + \int_{t_i}^{t_{i+1}} \left\| \frac{d\mathbf{h}(t)}{dt} \right\| dt, \quad (3.23)$$

onde  $\mathbf{h}(t)$  é a curva paramétrica de alinhamento definida por  $x = x(t)$  e  $y = y(t)$ , aqui representada por uma NURBS (COLLEY, 2012). Uma aproximação desta integral é obtida aplicando a quadratura de Gauss-Legendre com 2 pontos.

Para uma curva espacial, a representação vetorial é definida por um conjunto de três funções

$$\mathbf{p}(t) = (x(t), y(t), z(t)), \quad (3.24)$$

onde  $z(t)$  corresponde à coordenada vertical do ponto  $\mathbf{h}(t) = (x(t), y(t))$  ao longo do perfil horizontal. É conveniente reparametrizar essas curvas em termos do comprimento de arco do alinhamento horizontal, de modo que o chamado perfil longitudinal  $v(s) = z(t(s))$  seja a terceira coordenada de  $\mathbf{p}(t(s))$ . Em nossa abordagem, o parâmetro  $t(s)$  é calculado a partir da Tabela 2 através da interpolação.

A curva do alinhamento 3D pode ser representada como:

$$\mathbf{p}(t(s)) = (\mathbf{h}(t(s)), v(t(s))), \quad (3.25)$$

e, no restante do trabalho, a notação de reparametrização  $t(s)$  é omitida, e utiliza-se  $\mathbf{p}(s)$  ao invés de  $\mathbf{p}(t(s))$ .

Finalmente, a coordenada vertical do perfil longitudinal é obtida em função do tipo de segmento. Para segmentos tangentes,  $v(s)$  é definido pela equação da reta que passa pelos pontos  $PTV(s_1, z_1)$ , da curva anterior, e  $PCV(s_2, z_2)$ , da curva seguinte, ou seja,

$$v(s) = \left( \frac{z_2 - z_1}{s_2 - s_1} \right) (s - s_1) + z_1. \quad (3.26)$$

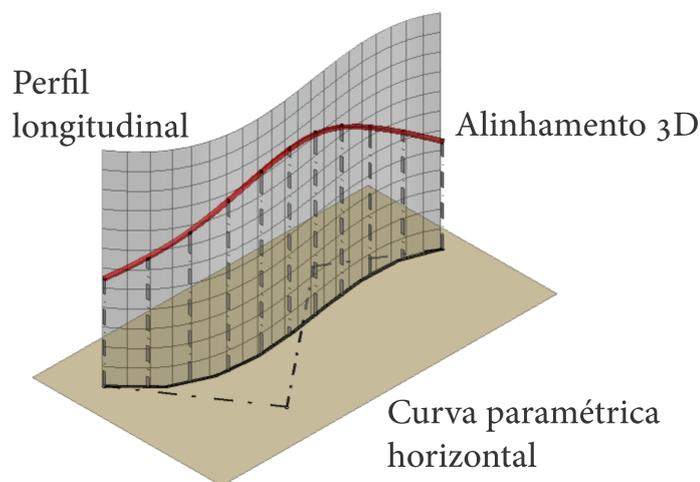
Para segmentos curvos,  $v(s)$  é definido pela equação da parábola (3.7) reescrita em termos de  $PCV(s_1, z_1)$  e  $PTV(s_2, z_2)$ , ou seja,

$$v(s) = \frac{g_2 - g_1}{2(s_2 - s_1)}(s - s_1)^2 + g_1(s - s_1) + z_1, \quad (3.27)$$

onde  $g_1$  e  $g_2$  são as inclinações das tangentes em porcentagem.

A Figura 24 ilustra o alinhamento 3D criado pela combinação dos alinhamentos horizontal e vertical.

Figura 24 – Alinhamento 3D gerado pela combinação dos alinhamentos horizontal e vertical



Fonte: elaborado pelo autor.

### 3.5 Modelagem geométrica 3D

Na engenharia de pontes, o alinhamento é o principal eixo de referência para a construção do tabuleiro e, normalmente, coincide com o eixo da rodovia no topo do pavimento. Os parâmetros que definem a geometria da seção transversal, que deve ser sempre perpendicular ao eixo de referência (FIB, 2000), podem ser relacionados ao parâmetro transversal  $t$  da NURBS.

A modelagem volumétrica da superestrutura é obtida através da varredura da seção transversal ao longo do eixo principal de referência da rodovia. Segundo Mortenson (2006), a técnica de *Sweeping* auxilia na construção da representação de um novo sólido com base na ideia de mover uma região ao longo de um caminho arbitrário. Durante este processo, é possível alterar a forma, o tamanho e a orientação da região que sofre a varredura, dependendo de sua posição ao longo do alinhamento.

A representação geométrica do modelo é realizada utilizando a estrutura de dados *Half-Edge* (ver Apêndice A), primeiramente proposta por Mäntylä (1988), o que permite uma implementação de forma mais natural da modelagem dos Operadores de Euler. Esses operadores garantem a integridade topológica do modelo de sólido através das múltiplas conexões, de modo que a validade é verificada satisfazendo a equação de Euler-Poincaré:

$$V - E + F = 2(S - H) + R, \quad (3.28)$$

onde  $V$ ,  $E$ ,  $F$ ,  $S$ ,  $H$  e  $R$  correspondem, respectivamente, ao número de vértices, arestas, faces, cascas, furos e anéis em um sólido (MÄNTYLÄ, 1988). Para mais detalhes, consultar Apêndice B.

O uso da estrutura de dados *Half-Edge*, cujas informações de conectividade são armazenadas principalmente nas arestas, permite que a estrutura sólida da ponte seja descrita de uma forma única através de um *Boundary Representation* (B-Rep), ou seja, sem ambiguidade, e fornece elementos suficientes para a geração de saídas gráficas e acesso eficiente às informações geométricas necessárias. Além disso, o uso dessa estrutura visa minimizar o armazenamento de dados redundantes, aspecto importante a ser considerado quando se trata de modelos com grande volume de informações.

O processo de geração do modelo geométrico através da varredura consiste em duas etapas principais: a construção da face inicial correspondente à seção transversal previamente definida, e a construção do sólido através de sucessivas transformações geométricas.

### 3.5.1 Construção da face inicial

Antes da construção da face inicial, é necessário definir a posição do ponto de referência,  $P_0$ , da seção no espaço 3D e os vetores de orientação local (formando um sistema de coordenadas locais - ver Figura 25), que pode ser obtido a partir da curva paramétrica que define o alinhamento. Assim,

$$P_0 = \mathbf{p}(s_0), \quad (3.29)$$

onde  $s_0$  é o valor do parâmetro no comprimento de arco inicial do modelo geométrico. Neste trabalho, devem ser fornecidas as distâncias que marcam o início e o fim da ponte ao longo do alinhamento horizontal, pois definem os limites de construção da superestrutura. O vetor base unitário que define o eixo  $z$  local no ponto de partida é definido como

$$Tangent = \frac{d\mathbf{p}}{ds}(s_0) / \left\| \frac{d\mathbf{p}}{ds}(s_0) \right\|, \quad (3.30)$$

que é tangente à curva  $\mathbf{p}(s)$  em  $s_0$ . A derivada da curva  $\mathbf{p}(s)$  em relação a  $s$  pode ser computada usando a regra da cadeia da seguinte forma:

$$\frac{d\mathbf{p}}{ds} = \left( \frac{d\mathbf{h}}{dt} \frac{dt}{ds}, \frac{dv}{dt} \frac{dt}{ds} \right) = \left( \frac{d\mathbf{h}}{dt}, \frac{dv}{dt} \right) / \left\| \frac{d\mathbf{h}}{dt} \right\|. \quad (3.31)$$

O vetor base unitário associado ao eixo  $x$  local é definido como:

$$\mathbf{Right} = (\mathbf{k} \times \mathbf{Tangent}) / \|\mathbf{k} \times \mathbf{Tangent}\|, \quad (3.32)$$

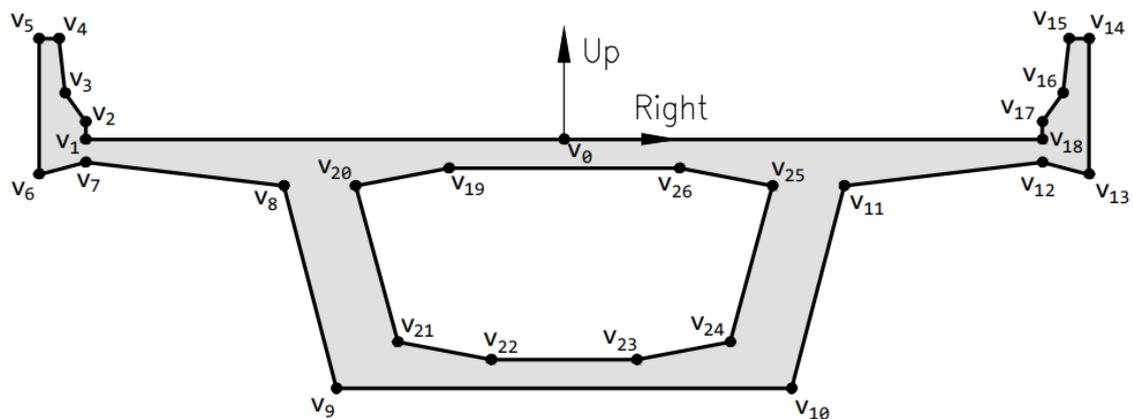
onde  $\mathbf{k}$  é o vetor unitário, em um sistema de referência espacial, correspondente à direção da elevação, e o símbolo " $\times$ " representa o produto vetorial de dois vetores. O vetor base do eixo  $y$  local é representado como:

$$\mathbf{Up} = \mathbf{Tangent} \times \mathbf{Right}, \quad (3.33)$$

onde  $\mathbf{Up}$  também é um vetor unitário.

A Figura 25 ilustra a face inicial do modelo construída aplicando os Operadores de Euler para adicionar vértices e arestas à estrutura de dados (ver Apêndice B) usando os vetores de orientação local e as restrições de parametrização geométrica da seção transversal.

Figura 25 – Face inicial construída utilizando os operadores de Euler



Fonte: elaborado pelo autor.

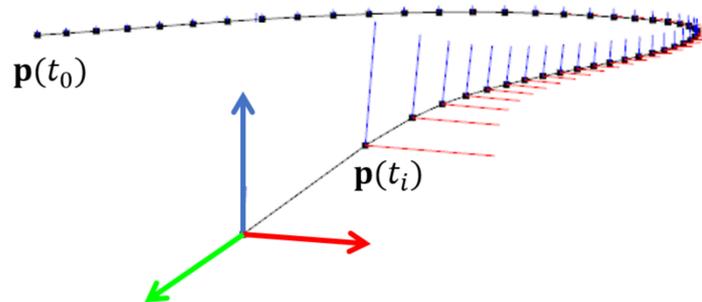
### 3.5.2 Modelagem volumétrica da superestrutura

A técnica de *Sweeping*, implementada com base nos Operadores de Euler para construir o modelo geométrico 3D da ponte, consiste em remapear os vértices da seção transversal para uma sequência de *frames* locais posicionados em  $\mathbf{p}(t_i)$ , ou seja, em uma sequência de pontos

ao longo da curva paramétrica de referência definida por uma sequência de valores do parâmetro  $t$ .

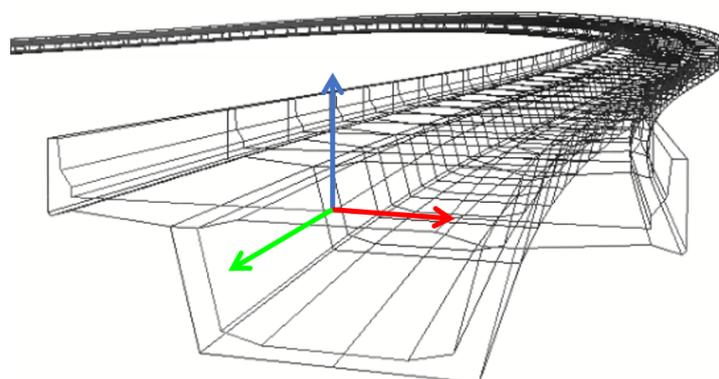
Em cada passo da varredura, são calculadas as coordenadas dos vértices da nova seção transversal em um determinado *frame* 2D, tendo como referência os vetores de orientação local. Em seguida, os novos vértices são mapeados para o *frame* de referência do modelo (um *frame* 3D comum a todos os vértices do modelo - ver Figuras 26–27). Novas arestas na direção da varredura são adicionadas à estrutura ligando as seções transversais consecutivas, assim como novas faces laterais na região da varredura.

Figura 26 – Curva paramétrica de referência com uma sequência de pontos que correspondem a valores de comprimento de arco igualmente espaçados



Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 27 – Representação aramada do tabuleiro da ponte

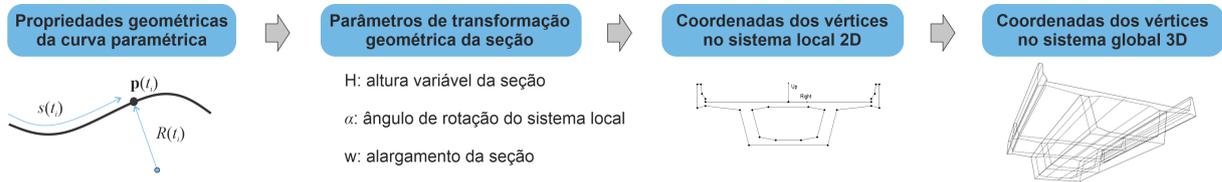


Fonte: elaborado pelo autor.

Dependendo da posição atual da seção ao longo do eixo de referência, transformações geométricas como rotação transversal (superelevação) e alargamento da seção (superlargura) podem ser aplicadas em função das propriedades geométricas da curva paramétrica para atender aos critérios de segurança inerentes ao projeto de rodovias (Figura 28). Tais transformações

serão abordadas com mais detalhes nas seções seguintes.

Figura 28 – Principais etapas do cálculo das coordenadas dos vértices da seção transversal para cada passo do processo de varredura ao longo do eixo de referência



Fonte: elaborado pelo autor.

### 3.5.3 Superelevação

No projeto de rodovias, para equilibrar a força centrífuga que atua sobre o veículo quando este percorre um caminho curvo, é adotada uma inclinação transversal como medida de segurança (WOLHUTER, 2015). Tal inclinação é chamada de superelevação ( $e$ ) definida como:

$$e = \frac{V^2}{127R} - f, \quad (3.34)$$

onde  $f$  é o fator de atrito lateral entre os pneus e a superfície da pista,  $V$  é a velocidade de projeto da rodovia, e  $R$  é o raio de curvatura em cada posição ao longo do trajeto (AASHTO, 2018). Na metodologia apresentada, foi adotada a distribuição de  $e$  e  $f$  conforme descrito pela AASHTO (2018), onde tais valores são inversamente proporcionais ao raio da curva, ou seja,

$$\frac{e}{1/R} = \frac{e_{max}}{1/R_{min}}, \quad (3.35)$$

onde  $e_{max}$  é a superelevação máxima permitida, e  $R_{min}$  é o raio mínimo de curvatura definido como:

$$R_{min} = \frac{V^2}{127(e_{max} + f_{max})}, \quad (3.36)$$

sendo  $f_{max}$  o fator de atrito lateral máximo. Finalmente, substituindo-se  $R_{min}$  (Equação 3.36) na Equação 3.35, a superelevação  $e$  pode ser escrita em termos de  $e_{max}$  e  $f_{max}$  como

$$e = \left( \frac{e_{max}}{e_{max} + f_{max}} \right) \frac{V^2}{127R}. \quad (3.37)$$

A superelevação máxima depende principalmente dos seguintes fatores: condições climáticas, relevo, tipo de zona (rural ou urbana), e velocidade de projeto (AASHTO, 2018). O

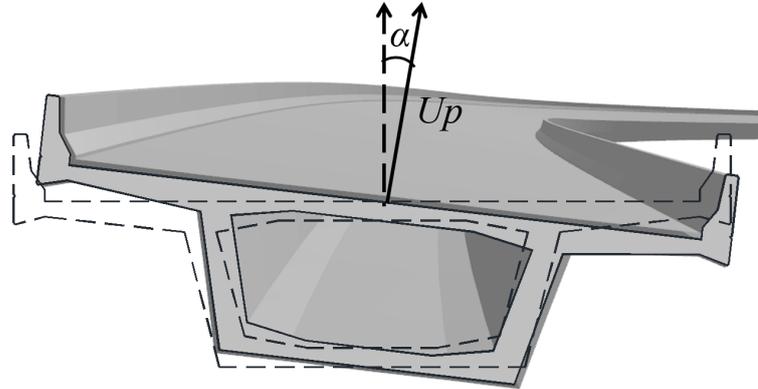
atrito lateral máximo utilizado no projeto de rodovias pode ser determinado como (PIMENTA; OLIVEIRA, 2004):

$$f_{max} = \begin{cases} 0,24 - (V/800) & \text{se } V \geq 80 \text{ km/h} \\ 0,188 - (V/1667) & \text{se } V < 80 \text{ km/h} \end{cases}, \quad (3.38)$$

Para considerar a superelevação na técnica proposta (Figura 29), o vetor  $Up$  é rotacionado em torno do vetor  $Tangent$  por um ângulo  $\alpha$  definido como:

$$\alpha = \arctan(e). \quad (3.39)$$

Figura 29 – Rotação da seção transversal em função da superelevação



Fonte: elaborado pelo autor.

Entretanto, é necessário verificar o sinal correto do ângulo  $\alpha$ , uma vez que a Equação 3.37, que determina a superelevação, retorna apenas valores positivos. O vetor unitário *Normal*, definido como:

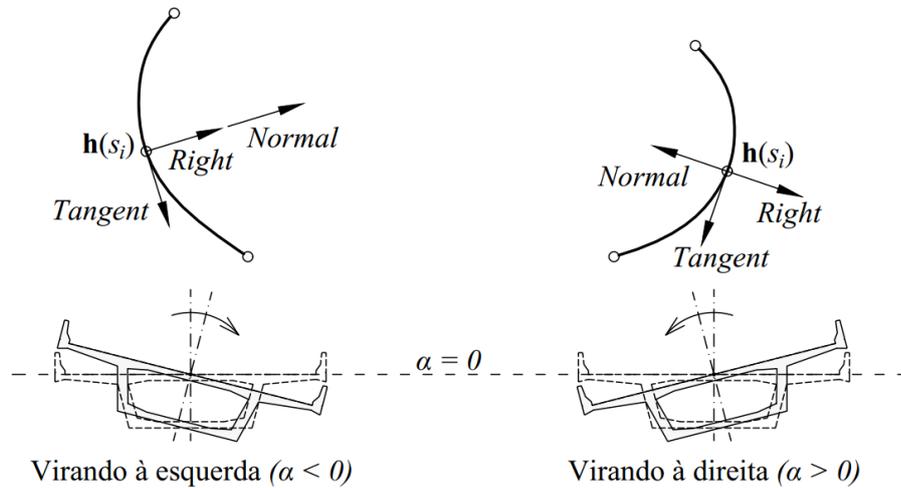
$$Normal = \left( \mathbf{b} \times \frac{d\mathbf{h}}{ds} \right) / \left\| \mathbf{b} \times \frac{d\mathbf{h}}{ds} \right\| \quad (3.40)$$

é o vetor que aponta para o centro da curvatura a partir do ponto  $\mathbf{h}(s_i)$  (MORTENSON, 2006), onde o vetor unitário  $\mathbf{b}$ , chamado de vetor binormal, é computado como:

$$\mathbf{b} = \left( \frac{d\mathbf{h}}{ds} \times \frac{d^2\mathbf{h}}{ds^2} \right) / \left\| \frac{d\mathbf{h}}{ds} \times \frac{d^2\mathbf{h}}{ds^2} \right\|. \quad (3.41)$$

Se o vetor *Right* tiver a mesma direção que o vetor *Normal*, o ângulo  $\alpha$  será negativo, indicando uma curva à esquerda ao longo do caminho (Figura 30).

Figura 30 – Vetores de base local e sinal do ângulo de rotação para cada posição da seção transversal ao longo da curva paramétrica de referência no processo de varredura. A rotação em torno do vetor *Tangent* pode ser no sentido horário ou anti-horário, dependendo da direção do vetor *Right* em relação ao vetor *Normal*.



Fonte: elaborado pelo autor.

### 3.5.4 Superlargura

Além da superelevação, as faixas de uma rodovia são ampliadas em trechos curvos para oferecer maior segurança ao motorista devido à dificuldade de manter o veículo dentro dos limites da pista, mesmo em baixa velocidade. A maior dificuldade para dirigir veículos articulados com múltiplos eixos em trechos curvos é evitar o "off-tracking", ou seja, manter as rodas traseiras no mesmo caminho que as rodas dianteiras (WOLHUTER, 2015).

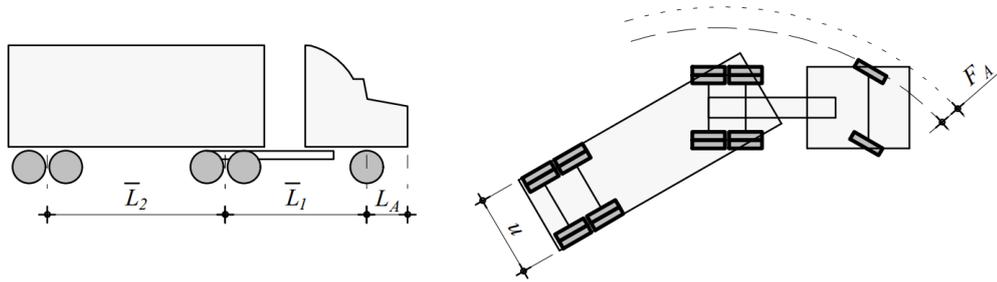
Para determinar a largura adicional da pista, ou superlargura, além de conhecer o raio de curvatura, é necessário escolher um veículo tipo para representar o tráfego esperado para aquela rodovia, denominado de veículo de projeto. Assim, as seguintes dimensões do veículo de projeto são usadas para calcular a superlargura adequada da rodovia: a largura do veículo de projeto na curva ( $U_c$ ); e o acréscimo de largura do veículo ( $F_A$ ), definida como a diferença radial entre a trajetória externa do pneu dianteiro e sua frente (ver Figura 31).

Assim, a largura do caminhão em curva é calculada como:

$$U_c = u + R - \sqrt{R^2 - \sum \bar{L}_i^2}, \quad (3.42)$$

onde  $u$  é a largura do veículo medido de fora a fora dos pneus e  $\bar{L}_i$  é a distância que separa cada eixo do veículo de projeto (AASHTO, 2018). O acréscimo de largura do veículo,  $F_A$ , é calculado em função dos seguintes parâmetros: o raio de curvatura da via ( $R$ ), a distância da frente do

Figura 31 – Parâmetros dos veículo de projeto para o cálculo da superlargura



Fonte: adaptado de AASHTO (2018).

veículo até o eixo frontal ( $L_A$ ), e a distância entre eixos de uma única unidade ( $\bar{L}_1$ ), ou seja,

$$F_A = \sqrt{R^2 + L_A(2\bar{L}_1 + L_A)} - R. \quad (3.43)$$

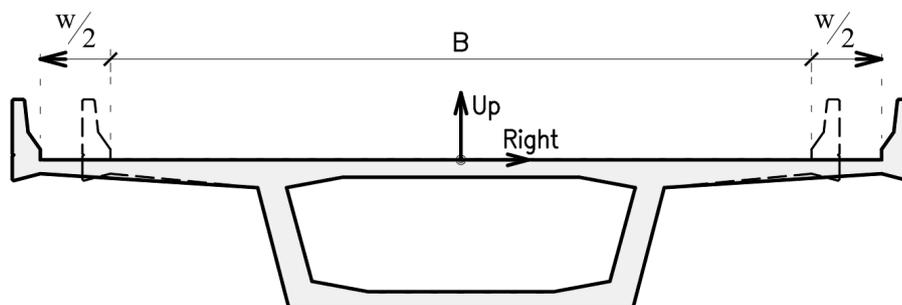
Usando os valores de  $U_c$  e  $F_A$ , a superlargura,  $w$ , pode ser obtida da seguinte maneira:

$$w = N(U_c + C) + (N - 1)F_A + \frac{V}{10\sqrt{R}} - B, \quad (3.44)$$

onde  $N$  é o número de faixas,  $C$  é a folga lateral entre a borda do veículo de projeto e a borda da faixa (AASHTO, 2018),  $V$  é a velocidade de projeto da rodovia, e  $B$  é a largura original do tabuleiro. Na metodologia proposta, a folga lateral é comparada com a folga mínima, adotada aqui como 0,9 m, valor recomendado pela AASHTO (2018) para veículos de passeio, assumindo que a largura da pista no trecho reto já foi determinada pelo projeto geométrico da pista.

A superlargura é aplicada a cada seção transversal em que a curvatura do alinhamento de referência é diferente de zero. Para garantir a simetria transversal da superestrutura da ponte, a superlargura é aplicada como mostrado na Figura 32, movendo os vértices que formam os guarda-rodas  $w/2$  para cada lado, afastando-os do eixo central de referência da seção.

Figura 32 – Alargamento simétrico da seção transversal do tabuleiro



Fonte: elaborado pelo autor.

### 3.5.5 Modelagem dos pilares

Finalmente, após a construção do modelo 3D da superestrutura, pilares de seções transversais retangulares são automaticamente incorporados ao modelo, de acordo com as posições armazenadas no *span vector D* (ver Seção 3.3). As dimensões  $h_1$  e  $h_2$  da seção transversal de um pilar (Figura 33) são calculadas em função da largura inferior do tabuleiro da ponte, como

$$h_1 = 0,9b, \quad (3.45)$$

e

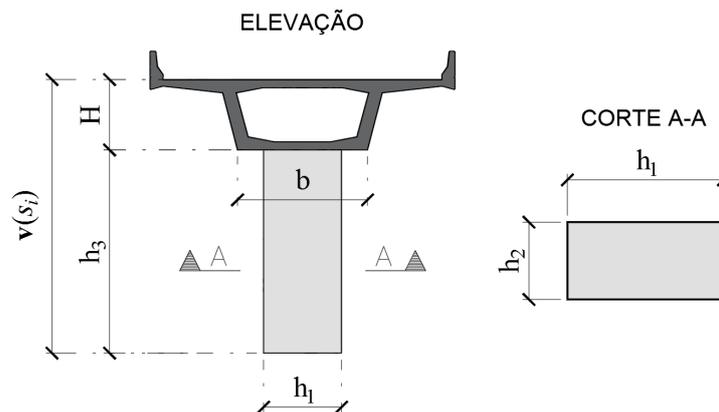
$$h_2 = 0,3b. \quad (3.46)$$

Sua altura,  $h_3$ , por outro lado, é calculada a partir da posição do pilar:

$$h_3 = v(s_i) - H, \quad (3.47)$$

onde  $v(s_i)$  é a coordenada vertical obtida do perfil longitudinal (Figura 23), e  $H$  é a altura total do tabuleiro da ponte sobre os pilares.

Figura 33 – Parmâmetros geométricos do pilar



Fonte: elaborado pelo autor.

## 4 RESULTADOS

Nesta seção, são apresentados dois estudos de caso, sem relação específica entre si, nos quais se aplicam a técnica proposta para projetar e gerar o modelo geométrico 3D de um viaduto e de uma ponte, respectivamente. A técnica apresentada neste trabalho foi implementada em C++, e sua interface gráfica de visualização foi implementada utilizando a biblioteca de renderização OpenGL (KHRONOS, 2017) e a biblioteca de *widgets* Dear ImGui (CORNUT, 2020). Para melhor avaliação estética das estruturas projetadas, em ambos os casos, o modelo 3D gerado foi inserido em um ambiente de representação 3D do local de construção, tornando possível realizar a simulação de diferentes cenários. O modelo 3D do local foi desenvolvido utilizando o *software* Blender, através da ferramenta BlenderGIS, que possibilitou gerar uma representação 3D do terreno com base em imagens de satélite.

### 4.1 Estudo de caso 1: viaduto existente

#### 4.1.1 Descrição geral

Neste estudo de caso, foi escolhido um viaduto chamado Viaduto do Baldo, localizado na cidade de Natal, capital do estado de Rio Grande do Norte. Por tratar-se de uma situação real, os resultados obtidos para o vão principal foram comparados com o viaduto existente construído no local. As características do viaduto são: dois viadutos independentes de 325 metros cada; uma seção transversal típica de viga caixão trapezoidal de concreto. Cada viaduto é dividido em três partes independentes, em que a parte central, com vão de 70 metros, é formada por uma viga caixão contínua de altura variável (Figura 34).

Para realizar uma análise comparativa entre o modelo virtual e a construção real, foram adotados os mesmos critérios utilizados na fase de projeto do viaduto. Para isso, foi necessário consultar os projetos originais do viaduto e as notas de cálculo disponibilizadas pelo escritório responsável pela elaboração do projeto executivo.

Para a rodovia, foram adotadas as seguintes características: largura total de 9,2 m e velocidade de projeto de 50 km/h. No projeto de pontes ou viadutos em curva horizontal, a redução da velocidade é um critério de segurança comumente adotado. O alinhamento horizontal da rodovia é ilustrado na Figura 35. De acordo com o projeto de pavimentação proposto, o perfil da rodovia foi projetado com uma inclinação uniforme de aproximadamente 1%. Esse valor não

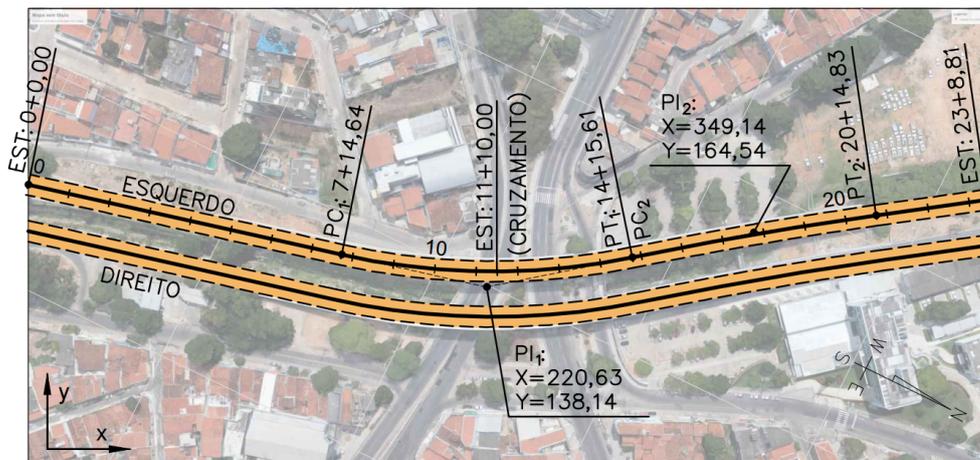
Figura 34 – Viaduto do Baldo



Fonte: Rio Grande do Norte (2016).

afeta de forma significativa a análise do vão principal.

Figura 35 – Vista superior do local de implantação da obra com a representação gráfica do projeto geométrico da rodovia

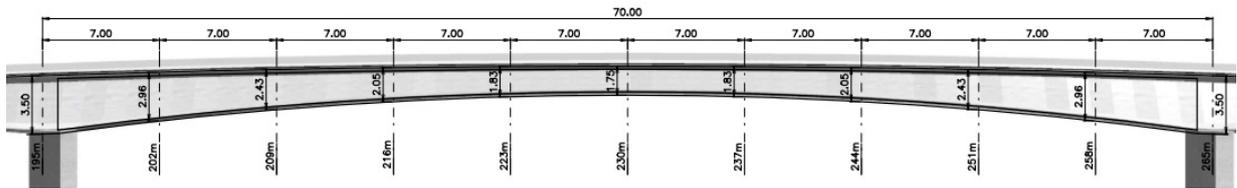


Fonte: elaborado pelo autor.

O local de implantação do viaduto impõe algumas restrições de projeto que devem ser levadas em consideração. Nesse caso, um gabarito horizontal de 100 m foi suficiente para permitir o tráfego livre nas diversas faixas existentes no cruzamento. O ponto de cruzamento entre as vias, que coincide com a localização do ponto médio do vão principal do viaduto, foi definido na estaca 11+10,00, ou seja, a uma distância de 230 m ao longo do alinhamento horizontal (ver Figuras 35 e 36). Foi adotado um gabarito vertical de 5,5 m, conforme indicado nas plantas do projeto original.

As posições dos pilares que formam os três vãos internos foram definidas como

Figura 36 – Corte longitudinal do tabuleiro da ponte, mostrando as variações de altura da seção transversal ao longo do vão principal



Fonte: elaborado pelo autor.

sendo 145 m, 195 m, 265 m, e 315 m, o que garante a geração de um modelo com vãos de 50 m, 70m e 50m, semelhante aos três vãos centrais do viaduto construído.

A fim de calcular a superlargura da ponte é necessário escolher adequadamente o veículo de projeto. Como não foi possível obter tal informação no projeto original, foi escolhido o veículo WB-19, um semi-reboque interestadual com uma distância entre eixos de 19 m, pois é considerado pela AASHTO (2018) como o veículo de projeto representativo para rodovias de duas faixas. As dimensões desse veículo são apresentadas na Tabela 3.

Tabela 3 – Dimensões do veículo de projeto WB-19

Parâmetro	Dimensão (m)
Largura do veículo ( $u$ )	2,6
Distância entre o eixo dianteiro e a frente ( $L_A$ )	1,2
Distância entre eixos 1 ( $\bar{L}_1$ )	5,9
Distância entre eixos 2 ( $\bar{L}_2$ )	12,5

Fonte: adaptado de AASHTO (2018).

#### 4.1.2 Modelagem

Nesta seção, são apresentadas todas as etapas de modelagem executadas até a definição final do modelo geométrico do viaduto.

##### a) Dimensionamento das seções transversais

Após a entrada dos dados, a seção transversal parametrizada é definida em relação à largura total da rodovia e ao comprimento do vão principal, que neste estudo de caso é igual a 70 m. Para determinar corretamente a altura da seção transversal ao longo de cada vão, é necessário construir a lista *span vector*  $D$  conforme descrito na Seção 3.3, onde as posições dos pilares são armazenadas. Assim, a forma da lista *span vector* correspondente às posições dos pilares inseridos é a seguinte:  $D = \{110; 145; 195; 265; 315; 350\}$ . O primeiro e o último valor de  $D$

correspondem às posições das extremidades da superestrutura do viaduto. Esses valores devem ser informados pelo projetista e serão usados de novo posteriormente para definir os limites de construção do modelo 3D ao longo do alinhamento, como mencionado na Seção 3.5.

A Tabela 4 apresenta uma comparação dos principais parâmetros da seção transversal tanto para o modelo gerado quanto para o viaduto real.

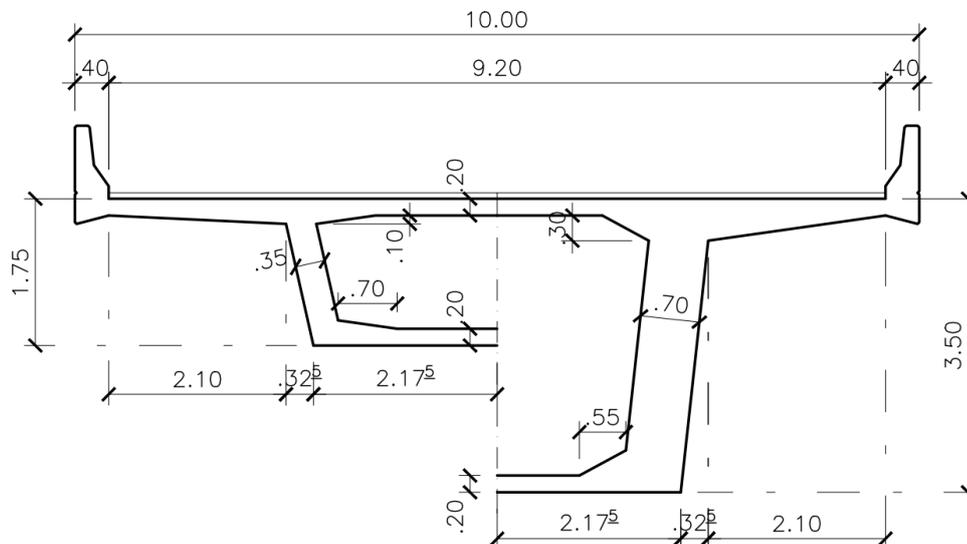
Tabela 4 – Diferença relativa das dimensões da seção transversal entre o modelo gerado e o projeto real

Parâmetro	Meio do vão			Sobre os pilares		
	Modelo (m)	Real (m)	$\Delta$ (%)	Modelo (m)	Real (m)	$\Delta$ (%)
$H$	1,75	1,80	2,8	3,50	4,00	12,5
$L_b$	2,10	1,85	13,5	2,10	1,85	13,5
$h$	0,20	0,20	0,0	0,20	0,30	33,3
$t_w$	0,35	0,35	0,0	0,70	0,70	0,0
$b$	4,35	5,00	13,0	4,35	5,00	13,0

Fonte: elaborado pelo autor.

Os parâmetros da seção transversal do modelo mostrados na Tabela 4 e todos os parâmetros decorrentes, no meio do vão e sobre os pilares, estão indicados na Figura 37. A variação da altura do tabuleiro ao longo do vão central pode ser visualizada na Figura 36. Nesta fase de projeto, são consideradas apenas as definições preliminares das seções transversais, no entanto, os valores mostrados na Tabela 4 indicam uma correspondência satisfatória (para uma versão preliminar) com a seção transversal do viaduto real.

Figura 37 – Seção transversal projetada no meio do vão (esquerdo) e sobre os pilares (direito)



Fonte: elaborado pelo autor.

A decisão de projeto em manter constante a largura inferior ( $b$ ) do tabuleiro do viaduto foi idêntica à do projeto real, o que faz com que a inclinação das vigas varie ao longo do vão. Note que, quando uma restrição geométrica é imposta, o modelo parametrizado é automaticamente atualizado.

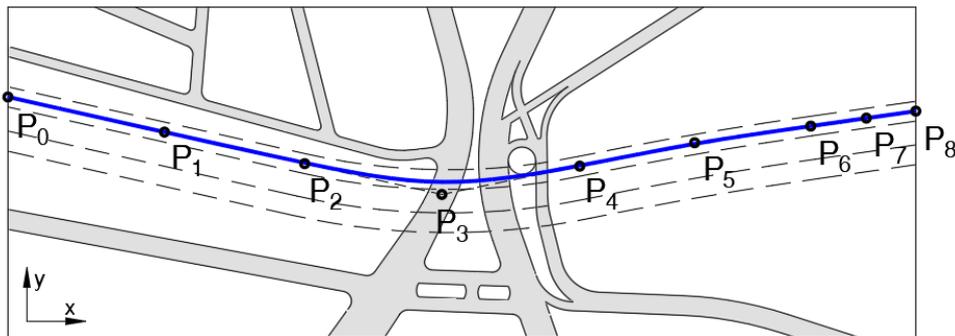
### b) Alinhamento horizontal

Conforme ilustrado na Figura 35, o alinhamento horizontal do estudo de caso é formado por uma sequência de quatro segmentos (duas linhas retas e dois arcos circulares). Aqui, ambos os tipos de segmentos são definidos por três pontos. Entretanto, em um segmento de reta, o peso do ponto médio associado é igual a 1; e o peso associado ao ponto médio do segmento de arco circular é calculado usando a Equação 3.6.

Para este estudo de caso, o procedimento descrito na Seção 3.4.1 gera uma curva NURBS de grau 3 definida por 9 pontos de controle ( $n = 8$ ) e 13 nós ( $m = 12$ ). Assim, o vetor de nós da curva e o conjunto de pesos correspondentes têm a seguinte forma, respectivamente:  $U = \{0; 0; 0; 0; \frac{1}{6}; \frac{2}{6}; \frac{3}{6}; \frac{4}{6}; \frac{5}{6}; 1; 1; 1; 1\}$  e  $W = \{1; 1; 1; 0,98; 1; 0,99; 1; 1; 1\}$ .

A Tabela 5 apresenta as coordenadas dos pontos de controle usados para construir a curva paramétrica horizontal (Figura 38).

Figura 38 – Curva paramétrica horizontal gerada com base no projeto geométrico da rodovia



Fonte: elaborado pelo autor.

### c) Alinhamento vertical

A Figura 39 apresenta o perfil longitudinal obtido através do cálculo automático do alinhamento vertical. As coordenadas de todos os pontos que definem as curvas verticais resultantes do processamento do alinhamento vertical encontram-se na Tabela 6. As informações extraídas deste perfil de elevação são utilizadas, juntamente com o alinhamento horizontal, para

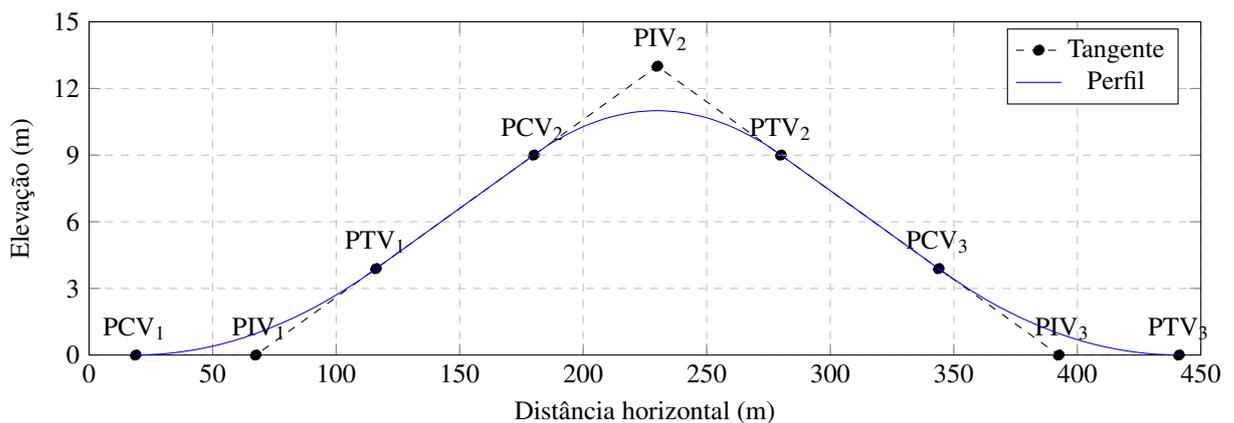
Tabela 5 – Coordenadas dos pontos de controle da curvatura horizontal

Ponto	Coordenadas	
	x (m)	y (m)
$P_0$	0,00	187,83
$P_1$ ( $\overline{P_0P_1} \cong \overline{P_1P_2}$ )	75,41	170,85
$P_2$ (PC <sub>1</sub> )	150,82	153,86
$P_3$ (PI <sub>1</sub> )	220,63	138,14
$P_4$ (PT <sub>1</sub> = PC <sub>2</sub> )	290,73	152,54
$P_5$ (PI <sub>2</sub> )	349,14	164,54
$P_6$ (PT <sub>2</sub> )	408,17	172,96
$P_7$ ( $\overline{P_6P_7} \cong \overline{P_7P_8}$ )	434,89	176,78
$P_8$	461,61	180,59

Fonte: elaborado pelo autor.

obter o alinhamento de referência 3D final representado como uma curva paramétrica que conduz a técnica de *Sweeping*.

Figura 39 – Perfil longitudinal do Estudo de Caso 1 gerado automaticamente, indicando os pontos de definição das curvas verticais



Fonte: elaborado pelo autor.

Inicialmente, o perfil longitudinal é obtido através da definição da curva vertical convexa utilizando os seguintes parâmetros:  $V = 50$  km/h e  $L_c = 100$  m. O parâmetro de segurança  $S$  necessário para calcular as inclinações das rampas tangentes é obtido pela substituição do valor de  $V$  na Equação 3.8, resultando em  $S = 63,4$  m. Uma vez que  $S < L_c$ , a Equação 3.9 fornece a diferença algébrica  $A = 16\%$ .

Para determinar as inclinações das rampas de entrada e saída,  $g_1$  e  $g_2$  respectivamente, as coordenadas dos pontos extremos da curva convexa (PCV<sub>2</sub> e PTV<sub>2</sub>) são computadas em primeiro lugar. Assumindo que o topo da curva vertical está localizado acima do ponto de cruzamento entre as vias (Figura 20), a distância horizontal a partir de cada ponto extremo da

Tabela 6 – Coordenadas dos pontos notáveis do alinhamento vertical

Ponto	Coordenadas	
	Distância (m)	Elevação (m)
PCV <sub>1</sub>	18,87	0,00
PIV <sub>1</sub>	67,50	0,00
PTV <sub>1</sub>	116,13	3,89
PCV <sub>2</sub>	180,00	9,00
PIV <sub>2</sub>	230,00	13,00
PTV <sub>2</sub>	280,00	9,00
PCV <sub>3</sub>	343,87	3,89
PIV <sub>3</sub>	392,50	0,00
PTV <sub>3</sub>	441,13	0,00

Fonte: elaborado pelo autor.

curva convexa até o ponto de cruzamento é  $L_c/2$ , ou seja, as posições dos pontos PCV<sub>2</sub> e PTV<sub>2</sub> ao longo do alinhamento horizontal são 180 m e 280 m, respectivamente. Observe que suas cotas de elevação são iguais a 9 m (ver Tabela 6), que é a soma do gabarito vertical de 5,5 m mais a altura máxima da seção transversal de 3,5 m, como previsto. Em seguida, as Equações 3.10 e 3.11 resultam em  $g_1 = g_2 = 8\%$ , exatamente o mesmo valor adotado no projeto original.

Finalmente, o processo de dimensionamento das curvas côncavas produziu os seguintes resultados. As tangentes da curva convexa do perfil do viaduto interceptaram o perfil da rodovia em dois pontos, PIV<sub>1</sub> e PIV<sub>3</sub>, cujas distâncias ao longo do plano horizontal são: 67,5 m e 392,5 m, respectivamente. Para ambas as curvas côncavas de entrada e saída, foi encontrada uma diferença algébrica de  $A = 8\%$ . Com isso, o comprimento  $L_s = 97,26$  m foi calculado como definido na Equação 3.21. Segmentos de reta são definidos conectando os pontos extremos das curvas côncava e convexa consecutivas.

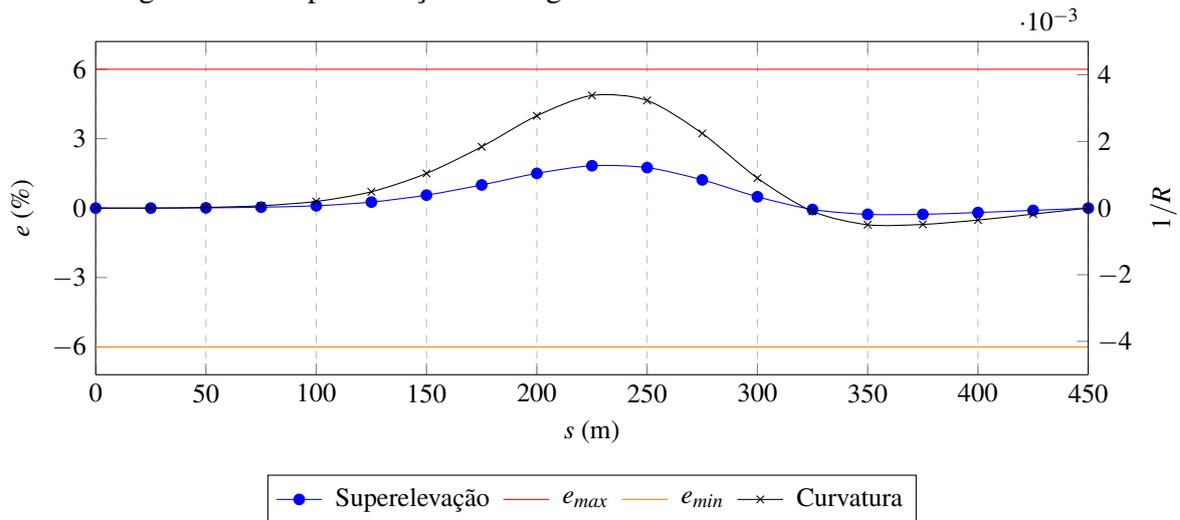
#### d) Curva final do alinhamento 3D

Após a definição dos alinhamentos vertical e horizontal, a curva de alinhamento 3D foi construída da seguinte forma. Primeiro, foi criado um conjunto de pontos ao longo da curva de alinhamento horizontal, percorrendo sua representação paramétrica. Em seguida, a cota de elevação de cada ponto foi extraída do perfil longitudinal, como descrito na Seção 3.4.3. Neste estudo de caso, o número de pontos armazenados, que depende do nível desejado de discretização, foi de 469 pontos. Esses pontos foram igualmente espaçados por 1 m, o que foi suficiente para representar adequadamente a geometria do viaduto.

### e) Superelevação

A Figura 40 apresenta o resultado do cálculo automático da superelevação ( $e$ ) ao longo da curva paramétrica 2D gerada a partir do alinhamento horizontal, combinado com a variação de curvatura ( $1/R$ ).

Figura 40 – Superelevação ao longo do alinhamento



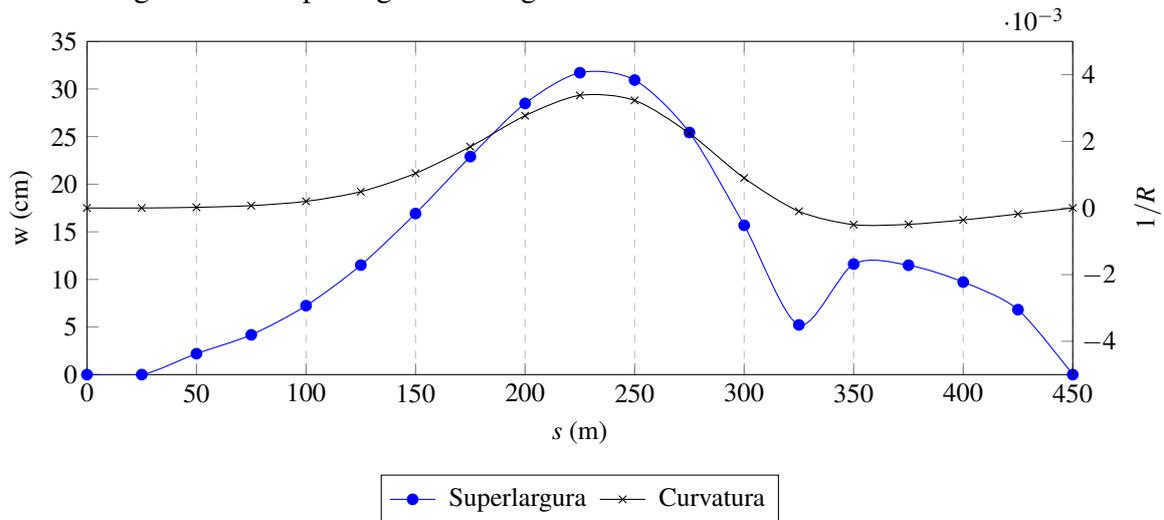
Fonte: elaborado pelo autor.

A variação da superelevação acompanha a variação da curvatura, mas não excede o limite máximo adotado de 6%, que corresponde a uma inclinação transversal de  $3,43^\circ$ , recomendada para rodovias com possível congestionamento de tráfego (AASHTO, 2018). A maior superelevação obtida neste estudo de caso foi de 1,85% ( $1,06^\circ$ ). Esse resultado pode ser verificado pela substituição de  $R = 291,7$  m (o raio mínimo obtido na curva paramétrica horizontal),  $e_{max} = 6\%$  e  $f_{max} = 0,158$  (como definido na Equação 3.38) na Equação 3.37. Para o Viaduto do Baldo, nenhuma informação sobre inclinação transversal da superestrutura foi encontrada nas plantas de projeto, então provavelmente a superelevação foi aplicada na superfície do revestimento asfáltico.

### f) Superlargura

A superlargura ( $w$ ) também foi calculada automaticamente em função da curvatura da curva paramétrica 2D gerada a partir do alinhamento horizontal, como ilustrado na Figura 41. Em  $s = 325$  m ( $t = 0,6$ ), a inversão de direção no gráfico  $superlargura \times s$  corresponde a um ponto de inflexão do alinhamento horizontal, onde não há alargamento da seção transversal.

Figura 41 – Superlargura ao longo do alinhamento



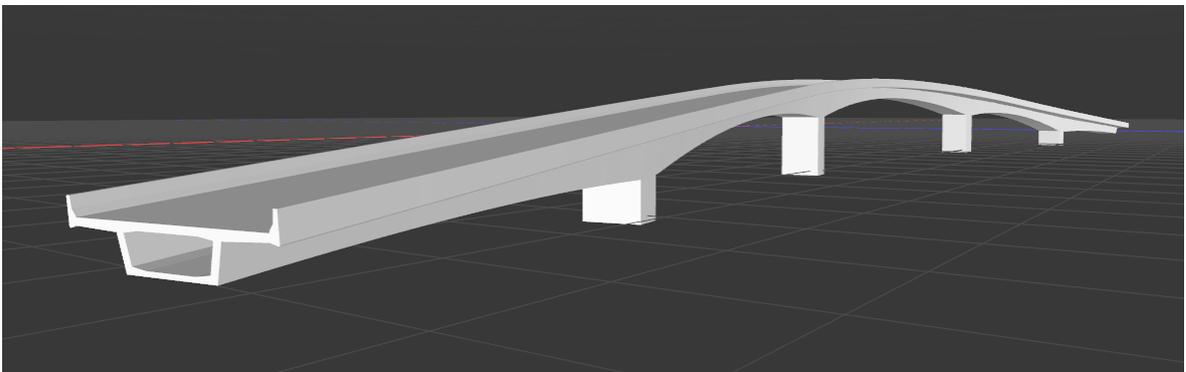
Fonte: elaborado pelo autor.

No projeto original do viaduto, a superlargura não foi aplicada. Segundo Wolhuter (2015), o alargamento da seção transversal pode ser desconsiderado se for inferior a 60 cm, devido ao custo e à dificuldade de execução envolvidos. Este é justamente o caso apresentado na Figura 41, onde a superlargura máxima é de apenas 31,9 cm.

### g) Varredura ao longo da curva de alinhamento

Finalmente, uma versão preliminar do modelo foi gerada pela varredura da seção transversal ao longo do eixo principal, permitindo a verificação rápida da estrutura através da visualização 3D (Figura 42).

Figura 42 – Visualização da versão preliminar do modelo 3D gerado automaticamente



Fonte: elaborado pelo autor.

As posições ao longo do alinhamento horizontal que determinam os limites da superestrutura do viaduto para este estudo de caso foram definidas com os seguintes valores:  $s = 110$  m ( $t = 0, 10$ ) para a extremidade inicial e  $s = 350$  m ( $t = 0, 67$ ) para a extremidade final.

A aplicação da técnica resultou em uma estrutura composta por 5 vãos: um vão central de 70 m de comprimento, 2 vãos contínuos de 50 m de comprimento e 2 vãos extremos de 35 m de comprimento, totalizando uma extensão de 240 m em planta.

Se as proporções e a esbelteza dos elementos projetados forem satisfatórias, o modelo geométrico é finalizado. Caso contrário, podem ser feitos ajustes nas dimensões dos elementos da seção transversal. Para a manutenção das relações de esbeltez, os ajustes só podem ser feitos aos parâmetros de referência, tais como largura total e comprimento do vão principal. Assim, todo o modelo volumétrico é atualizado automaticamente para uma nova avaliação visual.

#### ***4.1.3 Integração do modelo 3D com o ambiente de implantação da obra***

A integração de uma representação 3D do ambiente de implantação da obra com o modelo 3D da ponte e seu entorno permite uma visualização mais clara da relação entre a estrutura construída e os elementos da região na qual ela está inserida. Essa visualização permite ao engenheiro analisar o impacto estético da ponte sobre o local de implantação, bem como sua interferência nas construções existentes. A fim de tornar possível a realização de tais objetivos, deve-se utilizar um software de computação gráfica 3D capaz de renderizar imagens realistas do modelo e de seu entorno, podendo produzir vídeos animados.

As Figuras 43a–43b apresentam uma comparação do modelo renderizado com uma foto do viaduto real. Um segundo modelo de viaduto, idêntico ao modelo gerado neste estudo de caso, foi inserido no ambiente para representar o segundo viaduto. A inclusão de modelos para representar objetos existentes no local fornece uma visualização mais detalhada da área após a construção do viaduto. Note que o modelo geométrico gerado apresenta uma ótima sintonia com a estrutura real, demonstrando que a técnica proposta pode ajudar o projetista a elaborar um modelo preliminar muito próximo da solução final, acelerando assim o processo de concepção de pontes e viadutos.

A construção rápida de modelos de pontes 3D é importante, não apenas por razões econômicas, mas também, como já mencionado, por permitir a análise do impacto estético da ponte na região e sua interferência com outras construções no local. Esses tipos de análises permitem que engenheiros de diferentes áreas de especialização (análise, projeto, construção etc.) se envolvam em discussões produtivas sobre o modelo 3D a ser construído e equilibrem seus impactos positivos e negativos sobre o entorno. Nessas discussões, o modelo pode ser manipulado e visualizado de uma forma total ou parcialmente imersiva.

Figura 43 – Comparação entre viaduto real (à esquerda) e modelo 3D (à direita)



(a) Vista lateral do vão principal ressaltando a variação da altura da seção transversal sobre as vias de circulação inferior, permitindo também visualizar parte da curvatura horizontal ao longo do desenvolvimento do viaduto.



(b) Vista inferior do vão principal onde pode ser observada a manutenção das proporções entre os elementos da seção transversal, além da confirmação da variação da altura da seção pela estrutura mais afastada.

Fonte: foto à esquerda: (RIO GRANDE DO NORTE, 2016), imagem renderizada à direita: elaborado pelo autor.

## 4.2 Estudo de caso 2: ponte nova

### 4.2.1 Descrição geral

Neste segundo estudo de caso, para avaliar a técnica proposta atuando na concepção de um novo projeto, foi adotado um exemplo fictício, porém, baseado em projetos reais. Trata-se de uma ponte rodoviária ligando duas cidades litorâneas. Neste estudo de caso, foram escolhidas as cidades de Guaratuba e Matinhos, no litoral do Paraná, ligadas atualmente por *ferry-boat* (Figura 44).

Além da definição da seção transversal, para atender a sua finalidade, a elaboração do

Figura 44 – Vista superior do local de implantação



Fonte: Google Earth.

Figura 45 – Planta do projeto geométrico da rodovia



Fonte: elaborado pelo autor.

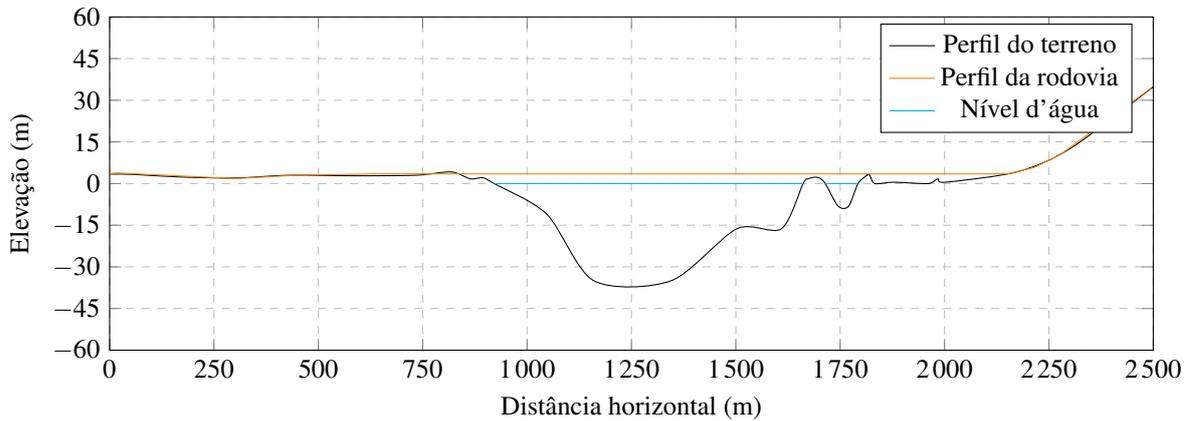
projeto geométrico de uma ponte necessita do levantamento topográfico da região, indispensável ao estudo de implantação da OAE (PFEIL, 1979). Por tratar-se de um exemplo fictício, foi elaborado um traçado horizontal para este estudo de caso conectando as duas principais vias de acesso aos terminais de embarque do *ferry-boat*, conforme ilustrado na Figura 45. Os pontos de início (PC<sub>1</sub>) e fim (PT<sub>4</sub>) do alinhamento horizontal foram definidos para além dos limites de execução da OAE, com a finalidade de garantir que haja o cruzamento entre as rampas de acesso à ponte e o perfil longitudinal da rodovia, essencial para a localização do ponto PIV<sub>sag</sub> durante o processo de construção automática do alinhamento vertical (Seção 3.4.2).

Devido a ausência do levantamento topográfico, como já mencionado, o perfil longitudinal da rodovia (Figura 46) foi extraído a partir de uma representação 3D aproximada do terreno com base em imagens de satélite (ver Figura 47). No trecho entre margens, os perfis das vias de acesso foram ligados por um segmento de reta, simulando uma continuidade das vias como alternativa de rota, caso não houvesse um obstáculo a ser transposto. Além disso, o perfil resultante foi complementado com um perfil fictício do terreno natural para representar a seção

transversal do curso d'água.

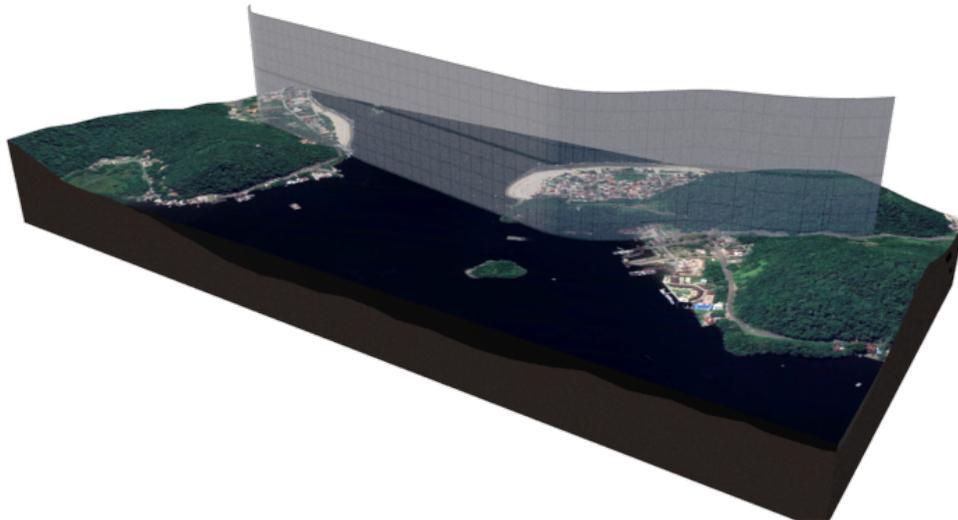
Para a rodovia projetada, foram adotadas as seguintes características: largura total de 16,8 m e velocidade de projeto de 80 km/h.

Figura 46 – Perfil de elevação do terreno ao longo do traçado projetado da rodovia para este Estudo de Caso



Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 47 – Representação 3D aproximada do terreno com o plano de corte longitudinal da rodovia para obtenção do perfil de elevação



Fonte: elaborado pelo autor.

Por se tratar de um curso d'água, é necessário considerar a fixação de gabaritos de navegação sob a ponte. Neste caso, para definição da largura de navegação, foi adotado um gabarito horizontal de 100 m. O eixo do canal de navegação, localizado no ponto médio do vão principal da ponte, foi definido na estaca 60+0,00, ou seja, a uma distância de 1.200 m ao longo do alinhamento horizontal (ver Figura 45). O gabarito vertical adotado foi de 20 m.

O posicionamento automático dos pilares, assim como o dimensionamento da seção

transversal, é obtido essencialmente em função do comprimento do vão principal, cujo valor considerado foi de 150 m com o intuito de garantir o tráfego livre de embarcações dentro do gabarito horizontal estabelecido. Tais pilares devem estar compreendidos entre os limites de construção da ponte, para tanto, as posições que marcam o início e o fim da superestrutura foram definidas nas estacas 38+5,00 (765 m) e 104+5,00 (2.085 m), respectivamente.

Assim como no primeiro estudo de caso, o traçado horizontal é composto por trechos curvos, situação na qual são calculadas a superelevação e a superlargura, sendo esta última determinada em função do veículo de projeto escolhido para representar o tráfego. Para tal, foi escolhido o mesmo veículo de projeto do exemplo anterior, cujas dimensões estão indicadas na Tabela 3.

#### 4.2.2 Modelagem

Nesta seção, são apresentadas todas as etapas de modelagem executadas até a definição final do modelo geométrico da ponte.

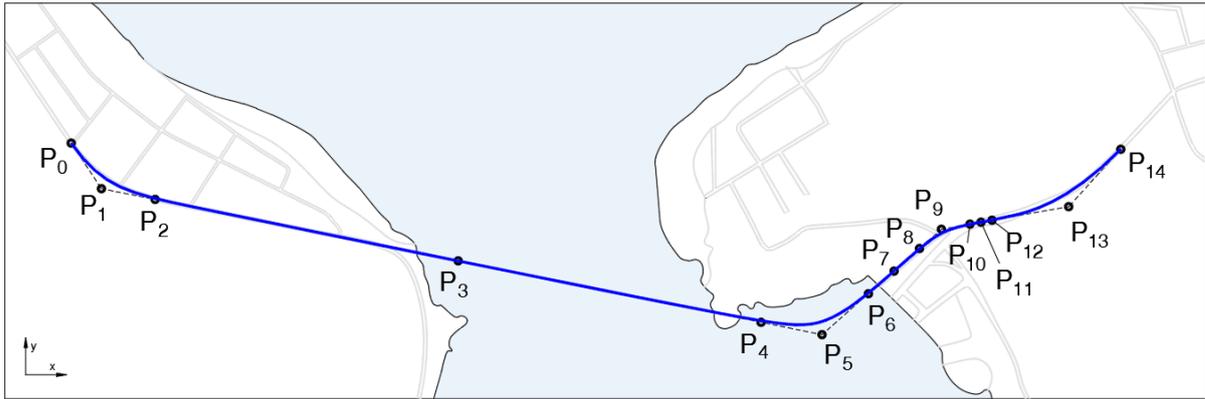
##### a) Dimensionamento das seções transversais

Antes de iniciar o dimensionamento da seção transversal, é necessário construir a lista *span vector*  $D$  para permitir a determinação da altura de cada seção ao longo dos vãos. Diante da decisão de gerar automaticamente o posicionamento dos pilares, o método proposto divide o comprimento total da superestrutura, definido entre os limites de construção da ponte ( $2.085 \text{ m} - 765 \text{ m} = 1.320 \text{ m}$ ), pelo comprimento estabelecido para o vão principal, ou seja,  $1.320 \text{ m} / 150 \text{ m} = 8,8$ , assumindo que os vãos internos da ponte terão a mesma extensão (Figura 48). A parte inteira do resultado dessa divisão corresponde ao número de vãos, enquanto a parte fracionária é dividida igualmente para as duas extremidades. Sendo assim, a forma da lista *span vector* correspondente às posições dos pilares geradas automaticamente é a seguinte:  $D = \{765; 825; 975; 1.125; 1.275; 1.425; 1.575; 1.725; 1.875; 2.025; 2.085\}$ , resultando em um total de 9 apoios. Como já foi dito anteriormente, o primeiro e o último valor de  $D$  correspondem às posições das extremidades da superestrutura.

Na Figura 49 são apresentados os valores obtidos para os parâmetros geométricos da seção transversal do modelo, tanto no meio do vão quanto sobre os pilares. Ao contrário do exemplo anterior, optou-se por manter constante a inclinação das vigas ( $i_w=10\%$ ), o que resultou na variação da largura inferior ( $b$ ) ao longo de cada vão.



Figura 50 – Curva paramétrica horizontal gerada com base no projeto geométrico da rodovia



Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 7 – Coordenadas dos pontos de controle da curvatura horizontal

Ponto	Coordenadas	
	x (m)	y (m)
$P_0$ (PC <sub>1</sub> )	160,50	1.001,29
$P_1$ (PI <sub>1</sub> )	233,56	890,81
$P_2$ (PT <sub>1</sub> )	363,33	864,29
$P_3$ ( $\overline{P_2P_3} \cong \overline{P_3P_4}$ )	1.095,27	714,71
$P_4$ (PC <sub>2</sub> )	1.827,21	565,13
$P_5$ (PI <sub>2</sub> )	1.974,54	535,02
$P_6$ (PT <sub>2</sub> )	2.086,83	635,06
$P_7$ ( $\overline{P_6P_7} \cong \overline{P_7P_8}$ )	2.148,40	689,90
$P_8$ (PC <sub>3</sub> )	2.209,97	744,75
$P_9$ (PI <sub>3</sub> )	2.262,68	791,71
$P_{10}$ (PT <sub>3</sub> )	2.333,85	804,47
$P_{11}$ ( $\overline{P_{10}P_{11}} \cong \overline{P_{11}P_{12}}$ )	2.358,71	808,92
$P_{12}$ (PC <sub>4</sub> )	2.385,32	813,69
$P_{13}$ (PI <sub>4</sub> )	2.570,49	846,88
$P_{14}$ (PT <sub>4</sub> )	2.696,57	986,59

Fonte: elaborado pelo autor.

### c) Alinhamento vertical

Assim como no exemplo anterior, a definição da curva vertical convexa marca o início da construção do perfil longitudinal, caracterizada a princípio pelos seguintes parâmetros:  $V = 80$  km/h e  $L_c = 100$  m. Substituindo o valor de  $V$  na Equação 3.8, obtém-se:  $S = 130$  m. Utilizando a Equação 3.9 e o fato de que  $S = 130 > L_c = 100$ , calcula-se  $A = 5\%$ . Na Tabela 8 estão indicadas as coordenadas dos pontos notáveis que definem as curvas verticais resultantes do cálculo automático do alinhamento vertical, cujo perfil longitudinal obtido é ilustrado na Figura 51.

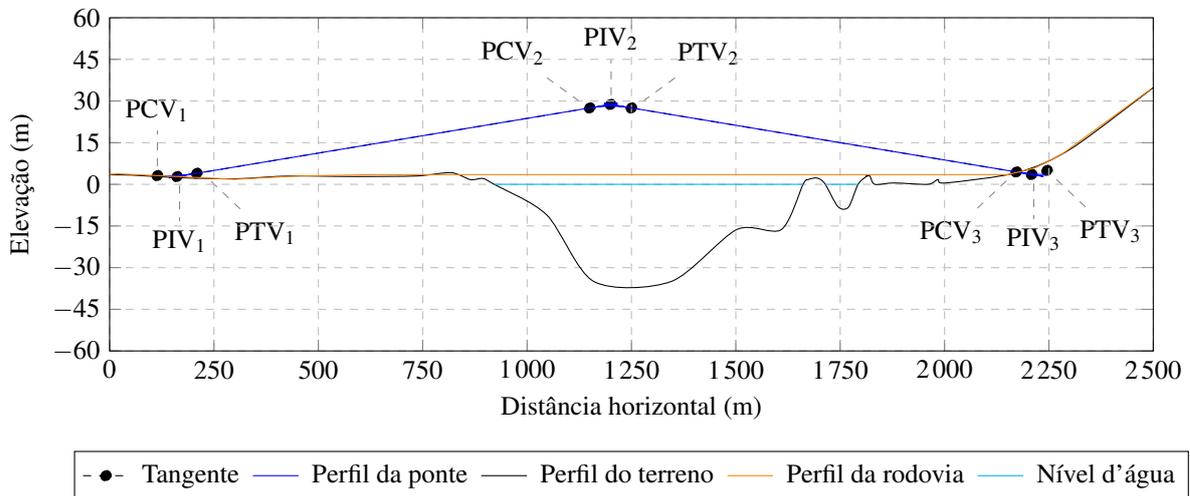
Em casos de rios navegáveis, considera-se que o topo da curva vertical esteja locali-

Tabela 8 – Coordenadas dos pontos notáveis do alinhamento vertical

Ponto	Coordenadas	
	Distância (m)	Elevação (m)
PCV <sub>1</sub>	114,31	3,13
PIV <sub>1</sub>	161,56	2,79
PTV <sub>1</sub>	208,80	3,97
PCV <sub>2</sub>	1.150,00	27,50
PIV <sub>2</sub>	1.200,00	28,75
PTV <sub>2</sub>	1.250,00	27,50
PCV <sub>3</sub>	2.172,07	4,45
PIV <sub>3</sub>	2.208,80	3,53
PTV <sub>3</sub>	2.245,53	3,53

Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 51 – Perfil longitudinal do Estudo de Caso 2 gerado automaticamente, indicando os pontos de definição das curvas verticais



Fonte: elaborado pelo autor.

zado acima do canal de navegação, sendo assim, as posições dos pontos PCV<sub>2</sub> e PTV<sub>2</sub> ao longo do alinhamento horizontal são 1.150 m e 1.250 m, respectivamente, ou seja, distantes  $L_c/2$  do eixo do canal de navegação. As cotas de elevação dos mesmos são obtidas a partir da cota de máxima cheia somando-se o gabarito vertical de navegação requerido (20 m) e a altura total do tabuleiro nos apoios (7,5 m), resultando em 27,5 m, uma vez que a cota de máxima cheia localiza-se no nível +0,00 m (ver Figura 46). Com relação as inclinações das rampas de entrada e saída, obtém-se  $g_1 = g_2 = 2,5\%$  resolvendo as Equações 3.10 e 3.11, respectivamente.

Por fim, são computados os pontos de interseção entre as tangentes da curva convexa do perfil da ponte e as tangentes do perfil da rodovia, PIV<sub>1</sub> e PIV<sub>3</sub>, localizados nas seguintes posições: 161,56 m e 2.208,80 m, respectivamente. Para a curva côncava de entrada, foi obtida uma diferença algébrica de  $A = 3,2\%$ , diferentemente da curva côncava de saída, cujo valor

obtido foi  $A = 2,5\%$ , demonstrando a falta de simetria do perfil da rodovia em relação ao eixo do canal de navegação, situação bastante comum em regiões de relevo acidentado. Sendo assim, aplicando a Equação 3.21 para cada curva côncava, são obtidos os seguintes comprimentos:  $L_s = 94,48$  m para a curva de entrada e  $L_s = 73,47$  m para a curva de saída.

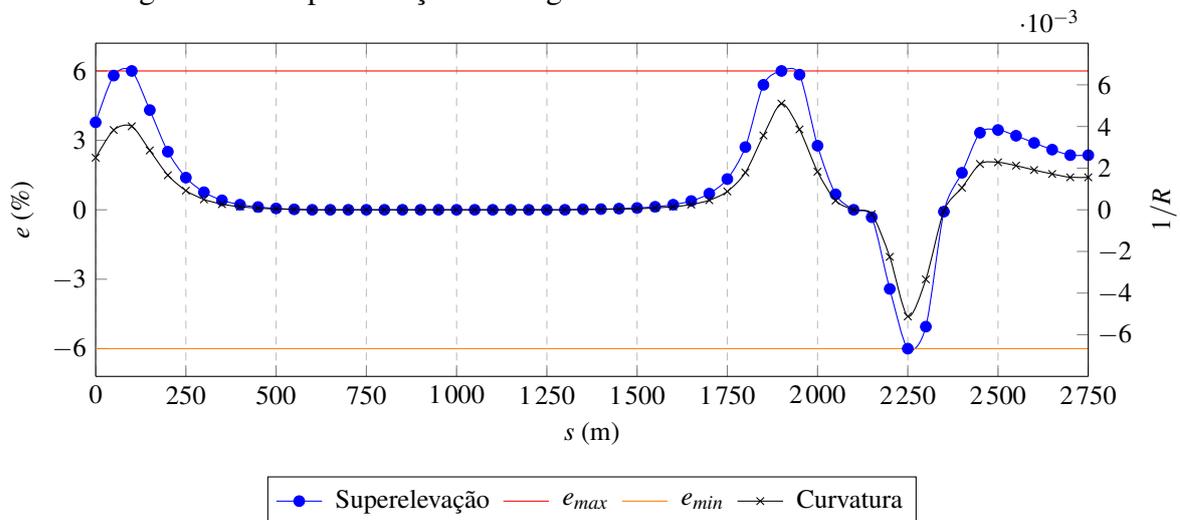
#### d) Curva final do alinhamento 3D

A curva paramétrica 3D que serve de referência para a construção do modelo geométrico foi definida a partir dos alinhamentos vertical e horizontal, como descrito na Seção 3.4.3. Para tanto, foram armazenados 2.741 pontos percorrendo a curva de alinhamento horizontal, extraíndo do perfil longitudinal a cota de elevação de cada ponto armazenado. Semelhante ao caso anterior, tais pontos foram igualmente espaçados por 1 m, nível de discretização suficiente para representar satisfatoriamente a geometria da ponte.

#### e) Superelevação

A superelevação calculada ao longo da curva paramétrica 2D para este estudo de caso, combinada com a variação da curvatura, pode ser visualizada na Figura 52. É possível notar que a variação da superelevação acompanha a variação da curvatura, como esperado. Dentro dos limites de construção da superestrutura,  $e$  atinge seu valor limite de 6% da posição  $s = 1.860$  m até  $s = 1.947$  m, trecho onde o raio de curvatura assume o valor mínimo  $R_{min} = 251,97$  m, conforme definido na Equação 3.36.

Figura 52 – Superelevação ao longo do alinhamento

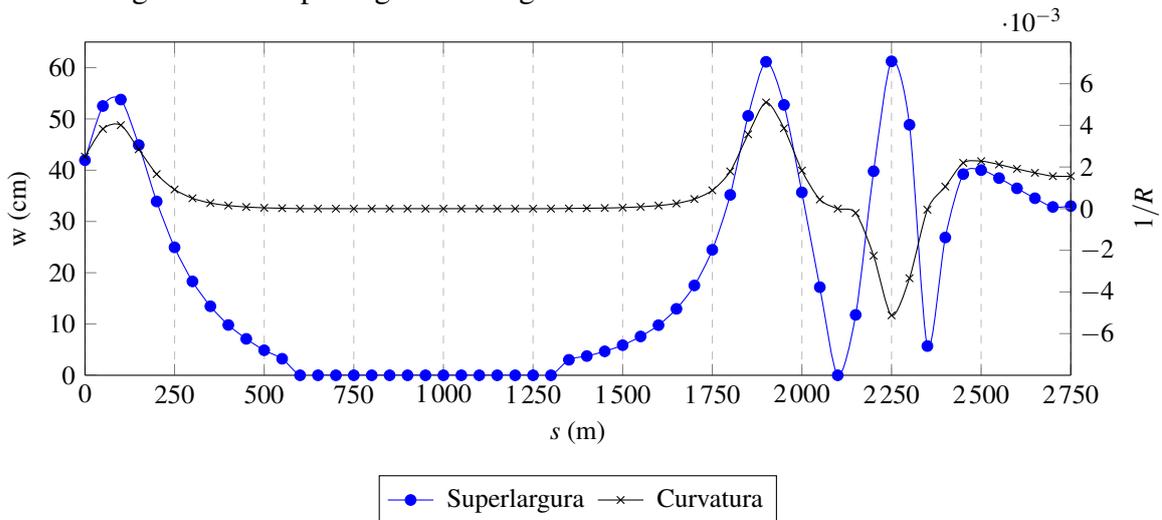


Fonte: elaborado pelo autor.

### f) Superlargura

A superlargura, também calculada ao longo da curva paramétrica 2D, combinada com a variação da curvatura, pode ser visualizada na Figura 53. Assim como no caso anterior, o alargamento da seção transversal também pode ser desconsiderado, pois o valor máximo calculado no trecho do alinhamento pertencente à ponte foi de  $w = 61,1$  cm, apenas 1,8% acima do limite mínimo de 60 cm para execução (WOLHUTER, 2015).

Figura 53 – Superlargura ao longo do alinhamento



Fonte: elaborado pelo autor.

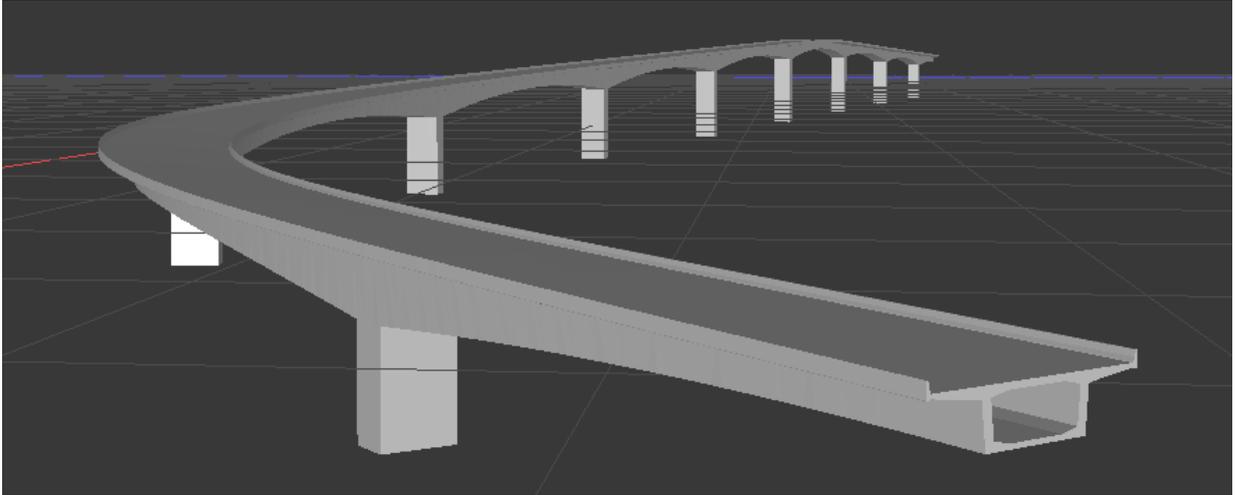
### g) Varredura ao longo da curva de alinhamento

A Figura 54 apresenta o modelo geométrico 3D da ponte gerado pela varredura da seção transversal ao longo do eixo principal, onde é possível observar a variação da altura do tabuleiro ao longo de cada vão da ponte, assim como a curvatura horizontal em uma das extremidades, compatível com o projeto geométrico da rodovia. Como resultado da aplicação da técnica, foi obtida uma estrutura composta por 8 vãos internos de 150 m de comprimento e 2 vãos extremos de 60 m de comprimento, totalizando uma extensão de 1.320 m em planta. Não foram feitos ajustes das dimensões da estrutura apresentada na Figura 54, julgando o modelo preliminar satisfatório do ponto de vista estético.

#### 4.2.3 Integração do modelo 3D com o ambiente de implantação da obra

As Figuras 55–56 apresentam imagens renderizadas do modelo gerado inserido em uma representação 3D do terreno, permitindo avaliar o impacto estético da ponte no local de

Figura 54 – Visualização da versão preliminar do modelo 3D gerado automaticamente



Fonte: elaborado pelo autor.

implantação após a sua construção. É possível notar uma harmonia entre o modelo geométrico da ponte e a região do entorno, conduzindo a uma percepção positiva em relação a estrutura concebida.

Figura 55 – Vista superior do local de implantação após a construção da ponte



Fonte: elaborado pelo autor.

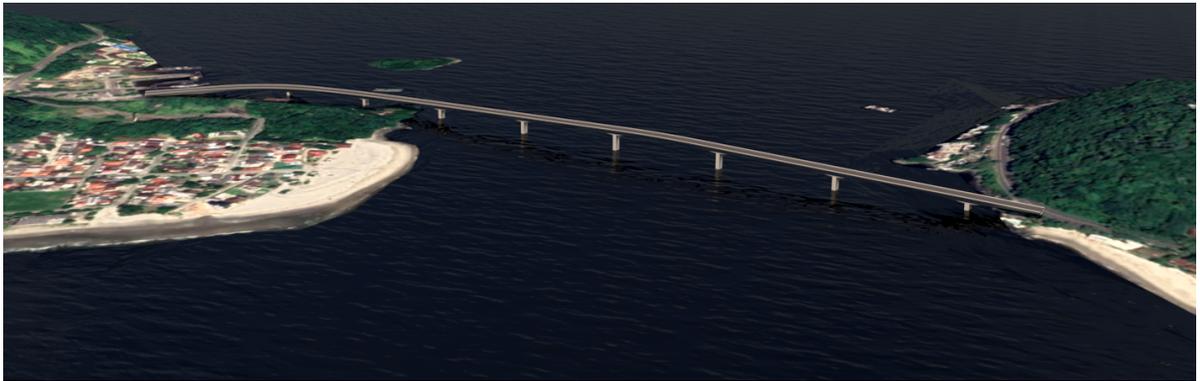
### 4.3 Considerações finais

Nesta seção, foram apresentados dois estudos de caso para demonstrar que a técnica proposta é capaz de gerar automaticamente o modelo 3D de pontes e viadutos a partir de informações simples e técnicas de dimensionamento paramétrico. Desta forma, a técnica agiliza a fase de concepção preliminar permitindo alcançar uma solução rápida e próxima da final. No

Figura 56 – Perspectivas da estrutura da ponte integrada ao modelo 3D do terreno



(a) Vista 1: sentido Matinhos - Guaratuba.



(b) Vista 2: sentido Guaratuba - Matinhos.

Fonte: elaborado pelo autor.

primeiro estudo de caso, foi demonstrado que o modelo de viaduto gerado apresentou uma boa harmonização em relação ao viaduto real. Já no segundo caso, a aplicação da técnica proporcionou a geração do modelo de uma ponte nova de forma satisfatória.

A técnica proposta mostrou vantagens sobre os métodos apresentados por Sampaio (2003), Ji *et al.* (2013) e Wang *et al.* (2019), especialmente devido à pequena quantidade de dados de entrada necessários para construir uma primeira versão do modelo. Observe que o uso da técnica proposta torna a modelagem mais intuitiva por ser específica para a engenharia de pontes, e aparentemente menos onerosa quando comparada com os métodos propostos por Katz (2008), Ji *et al.* (2013) e Wang *et al.* (2019) que usam software CAD genérico para gerar os modelos.

## 5 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho apresentou uma técnica para a geração automática de modelos geométricos de pontes e viadutos de seção celular com interferência mínima do usuário devido à parametrização da seção transversal e do alinhamento. A técnica apresentada permite a rápida definição de curvas horizontais e o cálculo automático do perfil vertical da ponte, tendo como dados de entrada a configuração da rodovia e as características do local de implantação.

O modelo geométrico da ponte foi construído por uma combinação adequada de operadores de Euler e uma técnica de *sweeping*, que consiste na varredura da seção transversal da ponte ao longo do alinhamento longitudinal (uma curva paramétrica formada pela combinação da curva de alinhamento horizontal, representada por uma NURBS (Non Uniform Rational B-Spline), com uma curva de alinhamento vertical).

O processo automatizado permite que o engenheiro verifique rapidamente, com clareza e objetividade, o que está sendo projetado. Além disso, no caso de modificações no projeto, o modelo é rapidamente atualizado. Se, além disso, o modelo 3D da ponte for integrado a uma representação 3D do local de implantação da obra, o usuário pode ter uma interação total ou parcialmente imersiva com o mesmo, o que tem o potencial de reduzir erros de projeto que gerariam custos adicionais durante a construção, custos estes que poderiam ser evitados ainda na fase de projeto.

Dois estudos de caso, sem relação específica entre si, foram escolhidos para validação da técnica proposta. No primeiro caso, foi demonstrado que o modelo preliminar de um viaduto existente teve uma boa equivalência com o viaduto real. No segundo estudo de caso, a concepção de uma ponte nova foi realizada de maneira igualmente satisfatória, especialmente por atender aos requisitos de navegação pertinentes ao próprio caso. Em ambos os casos, o modelo 3D gerado foi inserido em um modelo 3D da região de implantação da obra mostrando que tal integração pode auxiliar no planejamento e na previsão de possíveis interferências com outras construções no local, bem como na realização de análises estéticas.

Em trabalhos futuros, pretende-se melhorar a técnica para atender a outros parâmetros inerentes ao projeto de Obras de Arte Especiais, como incorporação de elementos de fundação e encontros, além de considerar outros tipos de seções transversais e sistemas estruturais. Para isso, é importante ampliar as possibilidades de construção do alinhamento vertical para diferentes situações de relevo, implementando métodos de prevenção de conflitos como a sobreposição de curvas consecutivas, além de considerar curvas verticais assimétricas.

Com relação a variação da curvatura entre os segmentos do alinhamento horizontal, para melhor definição dos parâmetros de construção da curva NURBS que possa representar com maior precisão as características geométricas das curvas de transição tradicionalmente adotadas em projetos de rodovias, são necessários estudos mais aprofundados, pois não se trata de uma tarefa trivial. É importante ressaltar que o aumento demasiado do grau da curva paramétrica pode prejudicar a performance do processamento devido ao alto custo computacional envolvido.

Considerando o modelo 3D como responsável pela representação das informações do projeto estrutural, este trabalho pode ser vinculado ao conceito BIM, pois as pontes têm características semelhantes às construções, desde que seus aspectos únicos sejam considerados, tais como o alinhamento da via e a curvatura das vigas, propriedades importantes de projeto, construção e manutenção.

Por fim, com relação às técnicas de Realidade Virtual (RV) e suas aplicações, pretende-se investigar interações mais ricas em RV, usando *walkthrough* e outras técnicas de interação com imersão total, como o uso de *Head-Mounted Display* (HMD) que fornece visão estereoscópica, e aplicá-las na educação de engenharia ou na indústria de projeto e construção de pontes.

## REFERÊNCIAS

- AMANN, J.; SINGER, D.; BORRMANN, A. Extension of the upcoming IFC alignment standard with cross sections for road design. *In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON CIVIL AND BUILDING ENGINEERING INFORMATICS*, 2., 2015, Tokyo. **Anais** [...]. Tokyo, 2015. p. 22–24.
- AMERICAN ASSOCIATION OF STATE HIGHWAY AND TRANSPORTATION OFFICIALS. **A policy on geometric design of highways and streets**. 7. ed. Washington D.C., 2018. Disponível em: <https://store.transportation.org/item/collectiondetail/180>. Acesso em: 26 mar. 2020.
- AUTODESK. **Create coordinated, consistent, and complete model-based designs**. 2021. Disponível em: <http://www.autodesk.com/products/revit-family/overview>. Acesso em: 5 fev. 2021.
- BARKER, R. M.; PUCKETT, J. A. **Design of highway bridges**. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2013.
- BORRMANN, A.; BEETZ, J.; KOCH, C.; LIEBICH, T.; MUHIC, S. Industry foundation classes: a standardized data model for the vendor-neutral exchange of digital building models. *In: BORRMANN, A.; KÖNIG, M.; KOCH, C.; BEETZ, J. (ed.). Building Information Modeling*. Cham, Germany: Springer, 2018. cap. 5, p. 81–126.
- BORRMANN, A.; BERKHAHN, V. Principles of geometric modeling. *In: BORRMANN, A.; KÖNIG, M.; KOCH, C.; BEETZ, J. (ed.). Building Information Modeling*. Cham, Germany: Springer, 2018. cap. 2, p. 27–41.
- CALGARO, J.-A. **Projet et construction des ponts**. 3. ed. Paris: Ponts Chaussées, 2000.
- COLLEY, S. J. **Vector calculus**. 4. ed. London: Pearson Education, 2012.
- CORNUT, O. **Dear ImGui**: bloat-free immediate mode graphical user interface for C++ with minimal dependencies. 2020. Disponível em: <https://github.com/ocornut/imgui>. Acesso em: 15 maio 2020.
- COSTIN, A.; ADIBFAR, A.; HU, H.; CHEN, S. S. Building information modeling for transportation infrastructure: literature review, applications, challenges, and recommendations. **Automation in Construction**, v. 94, p. 257–281, out. 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.autcon.2018.07.001>. Acesso em: 4 dez. 2019.
- FINDLEY, D. J.; SCHROEDER, B.; CUNNINGHAM, C. M.; BROWN, J. T. H. **Highway engineering**: planning, design, and operations. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2015.
- FWA, T. F. (ed.). **The handbook of highway engineering**. Boca Raton: CRC Press, 2006.
- FÉDERATION INTERNATIONALE DU BÉTON. **Guidance for good bridge design**: guide to good practice. Lausanne, 2000. *fib* Task Group 1.2 *Bridges* (former FIP Special Commission on Bridges).
- GUENTER, B.; PARENT, R. Computing the arc length of parametric curves. **IEEE Computer Graphics and Applications**, IEEE Computer Society Press, Washington D.C., v. 10, p. 72–78, maio 1990. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/38.55155>. Acesso em: 21 fev. 2021.

HUANG, S.-F.; CHEN, C.-S.; DZENG, R.-J. Design of track alignment using building information modeling. **Journal of Transportation Engineering**, v. 137, p. 823–830, nov. 2011. Disponível em: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)TE.1943-5436.0000287](https://doi.org/10.1061/(ASCE)TE.1943-5436.0000287). Acesso em: 29 set. 2019.

JI, Y.; BORRMANN, A.; BEETZ, J.; OBERGRIESSER, M. Exchange of parametric bridge models using a neutral data format. **Journal of Computing in Civil Engineering**, v. 27, p. 593–606, nov. 2013. Disponível em: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)CP.1943-5487.0000286](https://doi.org/10.1061/(ASCE)CP.1943-5487.0000286). Acesso em: 22 fev. 2020.

KATZ, C. Parametric description of bridge structures. **IABSE Symposium Report**, v. 94, p. 17–27, jan. 2008. Disponível em: <https://doi.org/10.2749/222137808796105847>. Acesso em: 15 jun. 2020.

KHRONOS. **OpenGL: the industry's foundation for high performance graphics**. 2017. Disponível em: <https://www.khronos.org/opengl/>. Acesso em: 20 ago. 2019.

LIU, W.; GUO, H.; LI, H.; LI, Y. Using BIM to improve the design and construction of bridge projects: a case study of a long-span steel-box arch bridge project. **International Journal of Advanced Robotic Systems**, v. 11, p. 125, ago. 2014. Disponível em: <https://doi.org/10.5772%2F58442>. Acesso em: 5 dez. 2019.

MÄNTYLÄ, M. **An introduction to solid modeling**. New York: Computer Science Press, 1988.

MARKIZ, N.; JRADE, A. Integrating an expert system with BrIMS, cost estimation, and linear scheduling at conceptual design stage of bridge projects. **International Journal of Construction Management**, Taylor and Francis Ltd., p. 1–16, set. 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/15623599.2019.1661572>. Acesso em: 14 set. 2020.

MARZOUK, M.; HISHAM, M. Applications of building information modeling in cost estimation of infrastructure bridges. **International Journal of 3D Information Modeling**, v. 1, p. 17–29, abr. 2012. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.4018/ij3dim.2012040102>. Acesso em: 17 jan. 2021.

MINNESOTA DEPARTMENT OF TRANSPORTATION. **Aesthetic guidelines for bridge design**. Minnesota, 1995.

MORTENSON, M. E. **Geometric modeling**. 3. ed. New York: Industrial Press, 2006.

PFEIL, W. **Pontes em concreto armado**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora, 1979.

PIEGL, L.; TILLER, W. **The NURBS book**. 2. ed. New York: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1997.

PIMENTA, C. R. T.; OLIVEIRA, M. P. **Projeto geométrico de rodovias**. São Carlos: RiMa Editora, 2004.

RIO GRANDE DO NORTE. Secretaria Municipal de Planejamento. **Prefeitura entrega reforma do Viaduto do Baldo e o libera ao tráfego**. Natal: SEMPLA, 2016. Disponível em: <https://natal.rn.gov.br/news/post/24397>. Acesso em: 16 jan. 2021.

SAMPAIO, A. Z. Geometric modeling of box girder deck for integrated bridge graphical system. **Automation in Construction**, v. 12, p. 55–66, jan. 2003. Disponível em: [http://dx.doi.org/10.1016/S0926-5805\(02\)00040-7](http://dx.doi.org/10.1016/S0926-5805(02)00040-7). Acesso em: 28 set. 2019.

SAMPAIO, A. Z. 3D and 4D models used in bridge design and education. *In*: SHAHIDAN, S.; MAKHATAR, S. N.; IBRAHIM, M. H. W.; JAMALUDDIN, N.; JAINI, Z. M.; ALI, N. (ed.). **Structural Bridge Engineering**. London: IntechOpen, 2016. cap. 3, p. 57–74.

SAMPAIO, A. Z.; MARTINS, O. P. The application of virtual reality technology in the construction of bridge: the cantilever and incremental launching methods. **Automation in Construction**, v. 37, p. 58–67, jan. 2014. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.autcon.2013.10.015>. Acesso em: 14 ago. 2019.

SERVICE D'ÉTUDES TECHNIQUES DES ROUTES ET AUTOROUTES. **Prestressed concrete bridges built using the cantilever method**: design guide. France, 2003.

SHIM, C.; YUN, N.; SONG, H. Application of 3D bridge information modeling to design and construction of bridges. **Procedia Engineering**, v. 14, p. 95–99, 2011. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2011.07.010>. Acesso em: 5 out. 2018.

SHIM, C.-S.; DANG, N.-S.; LON, S.; JEON, C.-H. Development of a bridge maintenance system for prestressed concrete bridges using 3D digital twin model. **Structure and Infrastructure Engineering**, v. 15, p. 1319–1332, out. 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/15732479.2019.1620789>. Acesso em: 16 set. 2020.

TANG, M.-C. Conceptual design of bridges. **Structure and Infrastructure Engineering**, Taylor and Francis Ltd., v. 13, p. 418–427, abr. 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/15732479.2016.1164723>. Acesso em: 10 jan. 2021.

WANG, H.; KEARNEY, J.; ATKINSON, K. Arc-length parameterized spline curves for real-time simulation. *In*: INTERNATIONAL CONFERENCE ON CURVES AND SURFACES, 5., 2002, Saint-Malo. **Anais [...]**. Saint-Malo, France, 2002. p. 387–396.

WANG, Z.; HE, Y.; MA, B. Research on parametric modeling of cable-stayed bridge based on BIM. *In*: INTERNATIONAL CONFERENCE ON GEOMETRY AND GRAPHICS, 18., 2019, Cham. **Anais [...]**. Cham, Germany: Springer, 2019. p. 1434–1442.

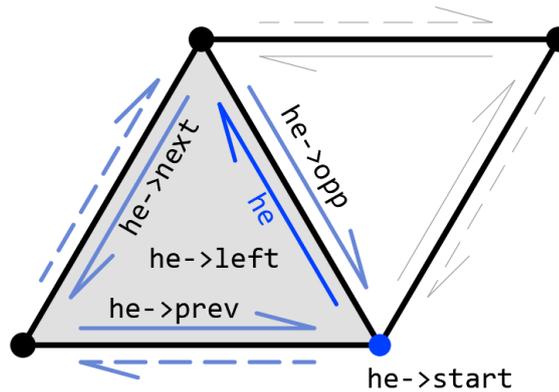
WOLHUTER, K. **Geometric design of roads handbook**. Boca Raton: CRC Press, 2015.

## APÊNDICE A – ESTRUTURA DE DADOS

### A.1 Introdução

A Figura 58 apresenta uma visão geral da estrutura de dados *Half-Edge*.

Figura 57 – Representação esquemática da *half-edge*



Fonte: elaborado pelo autor.

### A.2 Implementação

Código-fonte 1 – Estrutura de dados da Half-edge

```

1 typedef struct vertex Vertex;
2 typedef struct halfEdge HalfEdge;
3 typedef struct loop Loop;
4 typedef struct face Face;
5 typedef struct solid Solid;
6
7 struct vertex
8 {
9     int id;
10    Vector4Df point;
11    int enable;
12 };
13
14

```

```
15 struct halfEdge
16 {
17     int id;
18     halfEdge *opp, *next, *prev;
19     vertex *start;
20     face *left;
21 };
22
23 struct loop
24 {
25     int id;
26     halfEdge *hEdge;
27     face *face;
28 };
29
30 struct face
31 {
32     int id;
33     halfEdge *hEdge;
34     solid *HedSolid;
35 };
36
37 struct solid
38 {
39     int id;
40     string name;
41     vector<vertex*> vertices;
42     vector<halfEdge*> halfEdges;
43     vector<face*> faces;
44     solid() {}
45 };
```

## APÊNDICE B – OPERADORES DE EULER

### B.1 Introdução

A criação dos elementos topológicos que descrevem o modelo durante a construção geométrica é realizada utilizando Operadores de Euler. A utilização de tais operadores permite garantir a integridade topológica do modelo, preservando as relações entre as faces.

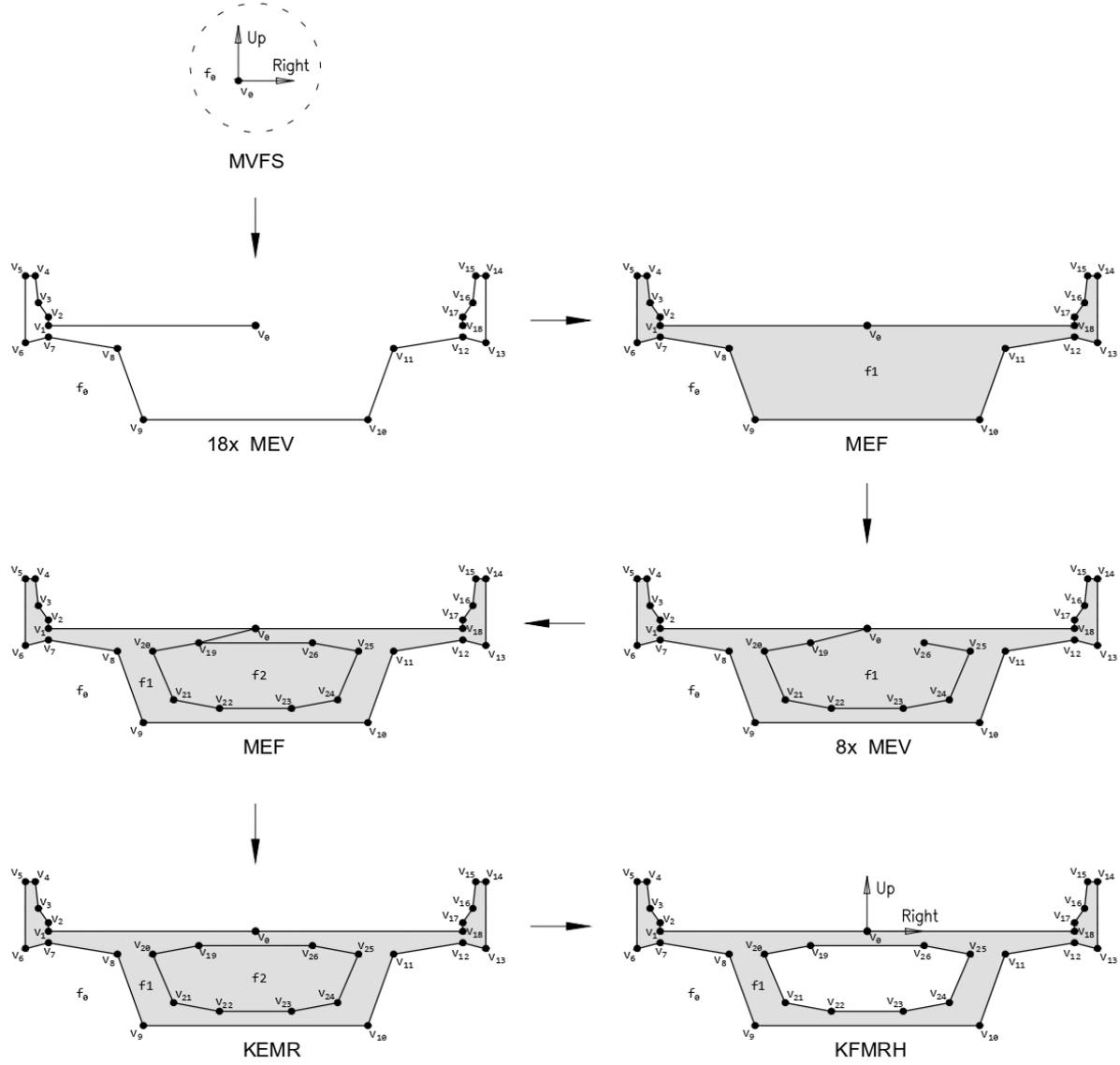
### B.2 Operadores

A seguir, é apresentada uma descrição resumida dos operadores utilizados na implementação da técnica proposta. Para uma descrição mais detalhada, recomenda-se a leitura do livro "*An Introduction to Solid Modeling*", escrito por Mäntylä (1988).

- **mvfs** (*make vertice face solid*): este operador é responsável pela criação do sólido inicial na estrutura de dados contendo apenas um vértice e uma face vazia, ou seja, sem arestas;
- **mev** (*make edge vertex*): este operador adiciona um vértice e uma aresta à estrutura de dados, onde o novo vértice é ligado a um vértice existente pela nova aresta;
- **mef** (*make edge face*): este operador liga dois vértices existentes por uma nova aresta formando uma nova face, ou seja, inserindo uma aresta e uma face à estrutura;
- **kemr** (*kill edge make ring*): este operador remove uma aresta que conecta dois ciclos de *half-edges* inserindo um anel à estrutura;
- **kfmrh** (*kill face make ring hole*): este operador converte o *loop* de fronteira de uma face em um *loop* de outra, desde que ambas façam parte da mesma casca, criando um furo no local da primeira face.

### B.3 Face inicial

Figura 58 – Construção da face inicial



Fonte: elaborado pelo autor.